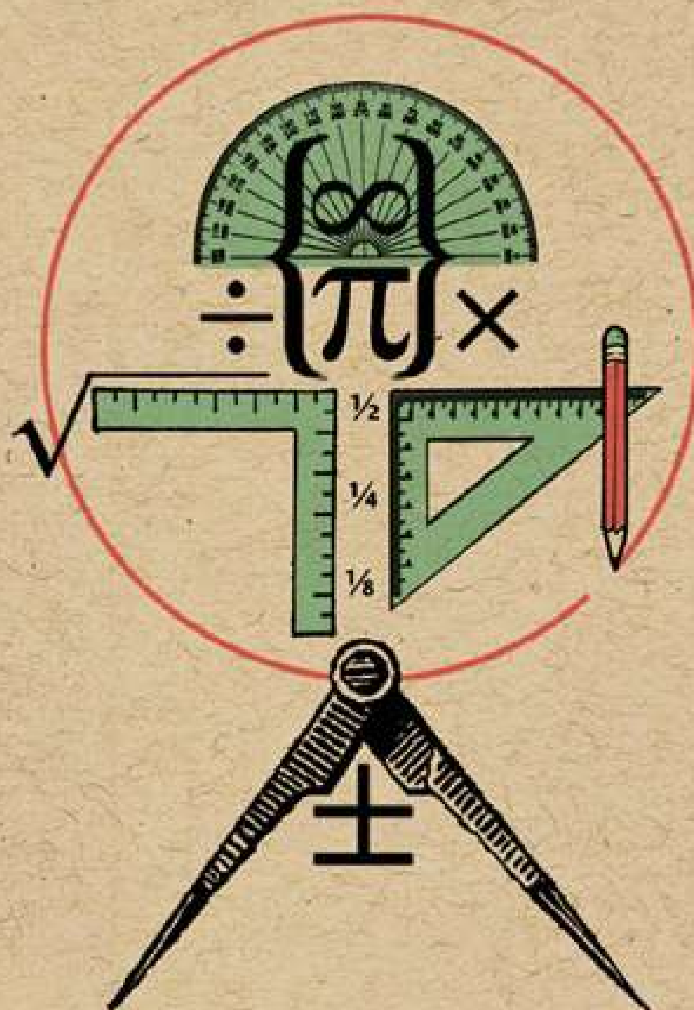
Mathématiques en 30 secondes

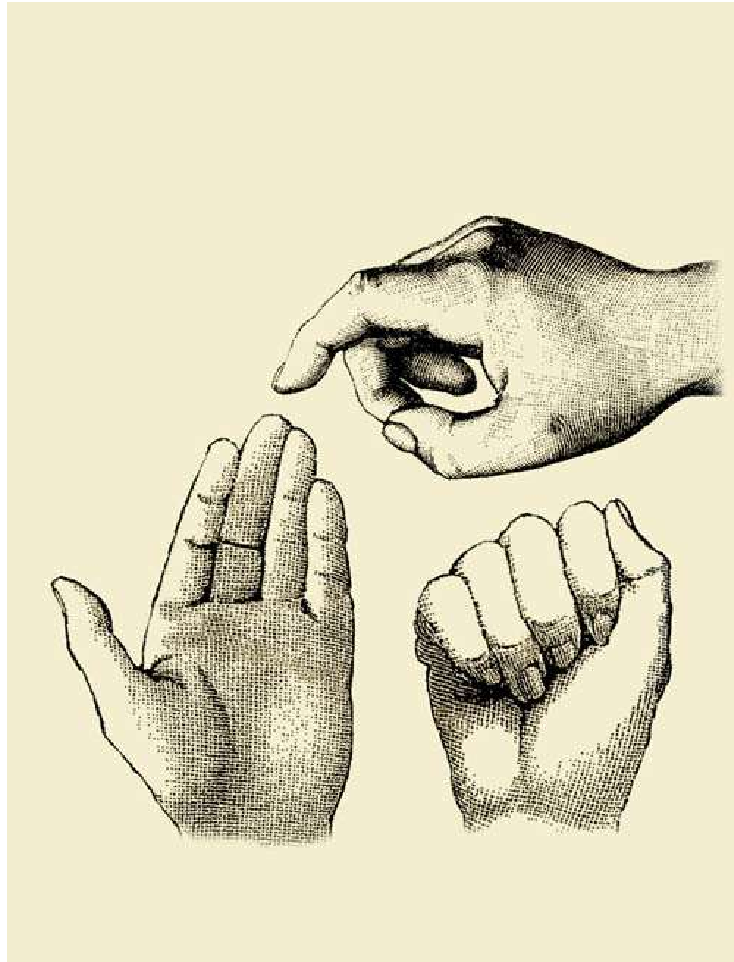
Les 50 plus grandes théories mathématiques, expliquées en moins d'une minute



Richard Brown

Hurtubise





Mathématiques en 30 secondes

Les 50 plus grandes théories mathématiques, expliquées en moins d'une minute

Richard Brown

Collaborateurs
Richard Brown
Richard Elwes
Robert Fathauer
John Haigh
David Perry
Jamie Pommersheim

Hurtubise



Mathématiques en 30 secondes

Titre original de cet ouvrage :
30-Second Maths

Direction de création :
Peter Bridgewater
Édition :
Jason Hook et Jamie Pumfrey
Direction de publication :
Caroline Earle
Direction artistique :
Michael Whitehead
Design et maquette :
Ginny Zeal
Illustration :
Ivan Hissey
Rédaction des textes des profils :
Viv Croot
Rédaction des textes des glossaires :
Steve Luck
Traduction de l'anglais :
Eulalie Steens
Montage de la couverture :
Geneviève Dussault

Édition originale produite
et réalisée par :
Ivy Press
210 High Street, Lewes
East Sussex BN7 2NS, R.-U.

ISBN 978-2-89647-979-5

Dépôt légal : 2e trimestre 2012
Bibliothèque et Archives
nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada

Diffusion-distribution au Canada :
Distribution HMH

1815, avenue De Lorimier
Montréal (Québec) H2K 3W6
www.distributionhmh.com

www.editionshurtubise.com

DANS LA MÊME COLLECTION:

Psychologie en 30 secondes (2012)
Christian Jarret

Philosophies en en 30 secondes(2011)
Barry Loewer

Politique en 30 secondes (2011)
Steven L. Taylor

Théories économiques en 30 secondes (2011)
Donald Marron

Théories en 30 secondes (2010)
Paul Parsons

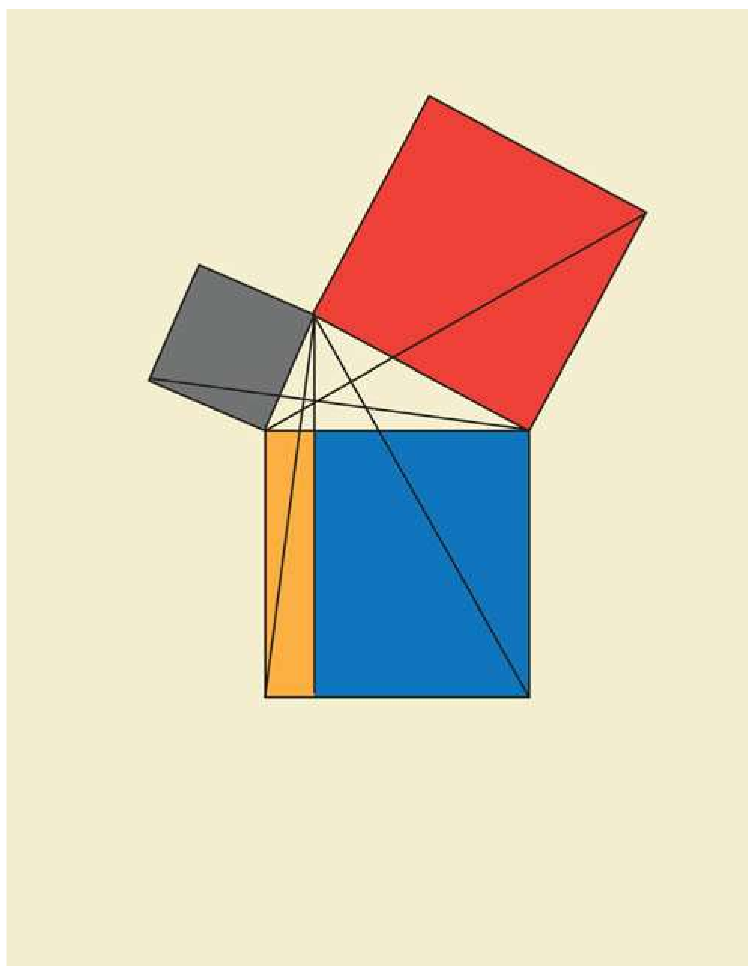
SOMMAIRE

INTRODUCTION

Richard Brown

On dit que les mathématiques sont l’art de la raison pure. Qu’elles sont, dans notre réalité, la structure logique de tout ce qui existe et de tout ce qui n’existe pas. Loin des simples calculs destinés à équilibrer notre comptabilité et nos affaires quotidiennes, elles nous aident à organiser et à comprendre la véritable notion de tout ce que nous pouvons imaginer. À l’instar de la musique, de l’art et du langage, les symboles et les concepts essentiels des mathématiques – dont la plupart sont présentés dans cet ouvrage – nous incitent à nous exprimer dans des voies incroyablement enchevêtrées et à définir des structures inimaginables, belles et complexes. Certes, les utilisations pratiques des mathématiques sont nombreuses ; pourtant, ce qui constitue leur magie est leur élégance et leur beauté, hors de toute application. Nous présentons les concepts mathématiquement parce qu’ils ont un sens et nous aident à ordonner notre existence. Mais, hors de la signification que nous appliquons à ces éléments de maths, ils n’existent pas réellement… sauf dans notre imagination.

Les sciences naturelles et les sciences sociales utilisent les mathématiques dans le but de décrire leurs théories et de structurer leurs modèles. L’arithmétique et l’algèbre nous permettent de conduire nos affaires et nous enseignent comment penser. Au-delà de ces applications pratiques, la vraie nature de la discipline se dévoile ; les mathématiques sont l’ossature fournissant les règles de l’engagement pour le système entier de la pensée structurée.



Élégante géométrie

Les mathématiciens « voient » souvent les objets mathématiques comme des équations, en faisant usage de la géométrie. Ceci est une preuve visuelle du célèbre théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$.

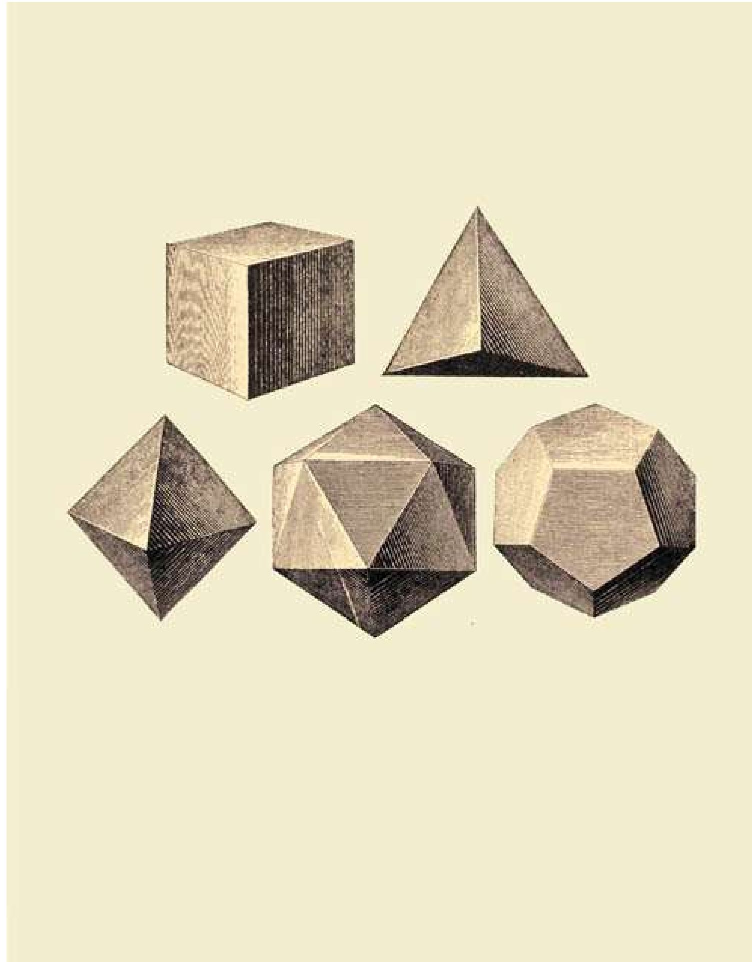
Ce livre est un aperçu du monde quotidien tel que le voit un mathématicien. Il présente un ensemble d'éléments basiques et fondamentaux de ce domaine, accompagné de définitions, d'un peu d'histoire, et d'une initiation à la nature de nombreux concepts mathématiques de base.

Cet ouvrage rassemble cinquante essais, chacun centré sur un thème important des mathématiques. Ils ont été classés en sept catégories définissant leur contexte. Dans Nombres et calculs, nous explorerons les bases nous permettant d'énumérer ce qui nous entoure. Nous étudierons certaines opérations et structures sur les nombres dans Faire travailler les nombres. Nous y décrirons la base du système arithmétique nous aidant à utiliser les mathématiques dans notre

vie quotidienne. Dans La chance est une belle chose, nous détaillerons certaines idées et conséquences de l'utilisation des mathématiques pour comprendre les événements aléatoires et les coups de chance. Ensuite, nous expliquerons les structures les plus complexes des nombres dans Algèbre & abstraction. C'est ici que débute le chemin vers les hautes sphères des mathématiques. Dans Géométrie et formes nous analyserons les aspects les plus visuels des relations mathématiques. Puisque l'abstraction mathématique est une pure imagination, nous explorerons ce qui survient à l'extérieur des trois dimensions au chapitre Une autre dimension. Preuves et théorèmes nous fera discuter des idées et des faits les plus profonds où notre chemin mathématique nous a conduit.

Pris individuellement, chaque essai aborde rapidement une idée centrale, belle et importante, des mathématiques actuelles. Tous les sujets suivent un format identique visant à faciliter la lecture. Le condensé en 3 secondes offre le panorama le plus court ; la théorie en 30 secondes approfondit le sujet ; la réflexion en 3 minutes amorce le processus de considération des connexions entre l'idée et son importance dans le monde. Nous espérons que, pris ensemble, ces éléments vous aideront à comprendre vraiment les arcanes des mathématiques.

Pris comme référence, ce livre en fournira les bases. Lu dans sa totalité, il vous ouvrira vers un autre monde, aussi riche et significatif que celui dans lequel vous vivez : le monde des mathématiques.



Beauté dimensionnelle

Il n’existe que cinq manières pour construire un solide en 3D en utilisant des polygones réguliers. Il n’est pas bien difficile de voir pourquoi. Cela les rend-t-il particuliers ? Les mathématiciens pensent que oui.

NOMBRES & CALCUL

NOMBRES & CALCUL
GLOSSAIRE

algèbre Une des branches des mathématiques pures étudiant les opérations et les relations entre des nombres. L'algèbre élémentaire étudie les règles de l'arithmétique par des formules impliquant des variables. L'algèbre supérieur implique l'étude de ces opérations et relations sur des objets et des constructions mathématiques autre que les nombres.

binaire (base 2) Système de calcul où les nombres sont 1 ou 0. Dans notre système à base 10, il y a une colonne des unités (10° = 1), une colonne des dizaines (10^1) et la colonne des centaines (10^2) et ainsi de suite ; en base 2, il y a une colonne des unités (2^0), une colonne des 2 (2^1 = 1), une colonne des 4 (2^2), et ainsi de suite. Par exemple : la version binaire de 7 s'écrit 111, soit : 1 × 1 + 1 × 2 + 1 × 4.

coefficient Un nombre utilisé pour multiplier une variable ; dans l'expression $4x = 8$, 4 est le coefficient, *x* est la variable. Bien que les nombres usuels, les symboles, comme *a* peuvent représenter les coefficients. On appelle coefficients constants ou termes constants les coefficients sans variables.

entier Tout nombre naturel (servant à compter : 1, 2, 3, 4, 5, etc.), 0 ou les nombres négatifs naturels.

facteur Un de deux ou plusieurs nombres divisant exactement un troisième. Par exemple, 3 et 4 sont les facteurs de 12, de même 1, 2, 6 et 12.

droite des nombres réels Représentation visuelle de tous les nombres réels sur une échelle horizontale, avec les valeurs négatives se déployant de façon infinie vers la gauche et celles positives vers la droite, divisée par zéro. La plupart des lignes de nombre montrent les entiers positifs et négatifs espacés régulièrement.

nombre algébrique Tout nombre qui est une racine d'un polynôme non nul (non-zéro) et qui a des coefficients entiers. En d'autres termes, les nombres algébriques sont des solutions aux équations polynomiales (voir ici), tel que x^2 –

2 = 0, là où $x = \sqrt{2}$. Tous les nombres rationnels sont algébriques, les nombres irrationnels en revanche peuvent être algébriques ou non. Un des nombres algébriques les plus connus est le nombre d'or (1,6180339…), que l'on écrit généralement **Φ**.

nombre complexe Tout nombre comprenant des composants de nombres réels et imaginaires, comme $a + bi$, où a et b représentent tout nombre réel et i représente $\sqrt{-1}$. Voir nombre imaginaire.

nombre entier Connus aussi sous le vocable de nombre naturel ou nombre de compte. Un nombre entier est un nombre entier positif sur une droite de réels ou un continuum. Les opinions varient pour savoir si oui ou non 0 est un nombre entier.

nombre figuratif Tout nombre que l'on peut représenter en une forme géométrique régulière : triangle, carré, hexagone.

nombre fractionnaire (fraction) Tout nombre représentant une partie d'un ensemble. Les fractions les plus courantes sont appelées fractions ordinaires où le nombre inférieur, le dénominateur, est un entier non nul (non-zéro) montrant combien de parties forment l'ensemble ; tandis que le nombre supérieur, le numérateur, représente le nombre de divisions égales retenues de l'ensemble. Les fractions propres ont une valeur inférieure à 1 (par exemple $\frac{2}{3}$). Les fractions impropres sont d'une valeur supérieure à 1 (par exemple 3/2 ou 4/3).

nombre imaginaire Un nombre qui, au carré, donne un résultat négatif. Comme aucun nombre réel au carré ne peut produire un résultat négatif, les mathématiciens développèrent le concept de nombre imaginaire i ; ainsi $i \times i = -1$ ou bien : $i = \sqrt{-1}$. Avoir un nombre imaginaire représentant $\sqrt{-1}$ aide à résoudre les équations insolubles et permet des applications pratiques dans plusieurs domaines.

nombre irrationnel Tout nombre sur une droite de réels qui ne peut pas s'exprimer sous la forme du quotient d'entiers. Les exemples les plus célèbres de nombres irrationnels sont **π** et $\sqrt{2}$. Le meilleur moyen pour identifier un nombre irrationnel est de vérifier si son expansion décimale ne se répète pas. La plupart des nombres réels sont des nombres irrationnels.

nombre rationnel Tout nombre sur une droite de réels qui peut s'exprimer sous la forme du quotient des entiers. Plus simplement, tout nombre pouvant être écrit comme une fraction, y compris les nombres entiers. On peut identifier les nombres rationnels par des décimales finies ou se répétant.

nombre réel Tout nombre exprimant une quantité le long d'une droite de réels ou d'un continuum. Les nombres réels incluent tous les nombres rationnels et irrationnels.

nombre transcendant Tout nombre ne pouvant s'exprimer comme la racine d'un polynôme non nul (non-zéro) avec des coefficients entiers ; en d'autres termes, les nombres non algébriques. Le nombre transcendant le plus connu est π. Il ne peut satisfaire à l'équation $\pi^2 = 10$. La plupart des nombres réels sont transcendants.

polynôme Une expression utilisant les nombres et les variables, qui ne permet que les opérations suivantes : addition, multiplication et les exposants entiers positifs. Par exemple : x^2 (voir aussi Les équations polynomiales).

FRACTIONS & DÉCIMALES

théorie en 30 secondes

Les nombres entiers 0, 1, 2, 3… forment le fondement des mathématiques. Nous les utilisons depuis des millénaires. Toutefois, on ne peut tout mesurer grâce aux nombres entiers. Si 7 fermiers se partagent 15 hectares de terrain, chacun aura 15/7 (ou 2+1/7) d'hectare. Les nombres non entiers les plus simples peuvent s'exprimer sous forme de fraction comme celle-ci. En ce qui concerne les autres nombres, comme **π**, c'est peu commode ou impossible. Avec le développement des sciences, il devint nécessaire de subdiviser les quantités avec plus de justesse. Le système décimal apparut, une méthode basée sur la colonne utilisant des chiffres d'origine indienne et arabe. Ici, le nombre 725 a trois colonnes : 7 pour la centaine, 2 pour la dizaine, 5 pour l'unité. En ajoutant une virgule décimale après les unités, avec une colonne supplémentaire sur sa droite, on peut aisément aller vers des nombres plus petits qu'une unité. Ainsi, 725,43 : 7 pour la centaine, 2 pour la dizaine, 5 pour l'unité, 4 dixièmes (d'une unité) et 3 centièmes. En incorporant plus de colonnes à gauche ou à droite, les nombres, grands ou petits, peuvent s'écrire aussi précisément que nécessaire. Chaque nombre entre les nombres entiers peut s'exprimer en tant que décimale (mais non en fraction). Cela nous donne le système de nombre « réel ».

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le point de départ des mathématiques est celui des nombres entiers, 0, 1, 2, 3… mais beaucoup de choses tombent entre les intervalles : il existe deux voies pour les mesurer.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Passer des fractions aux décimales n'est pas toujours direct. Il est facile de reconnaître 0,25 ou 0,5 ou 0,75 comme respectivement 1/4, 1/2 et 3/4. L'équivalent décimal de 1/3 est 0, 333333…, où la suite de la colonne des 3 ne se termine jamais et celui de 1/7 est 0,142857142857142857… sur un modèle de répétition infinie. Il apparaît que tous les nombres fractionnaires (fractions) suivent un modèle de répétition par décimale, tandis que les nombres non

fractionnaires comme π ont des décimales qui ne se répètent pas. Il s’agit des nombres réels irrationnels.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

BASES DE CALCUL

ZÉRO

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ABU ‘ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI
env. 790–850

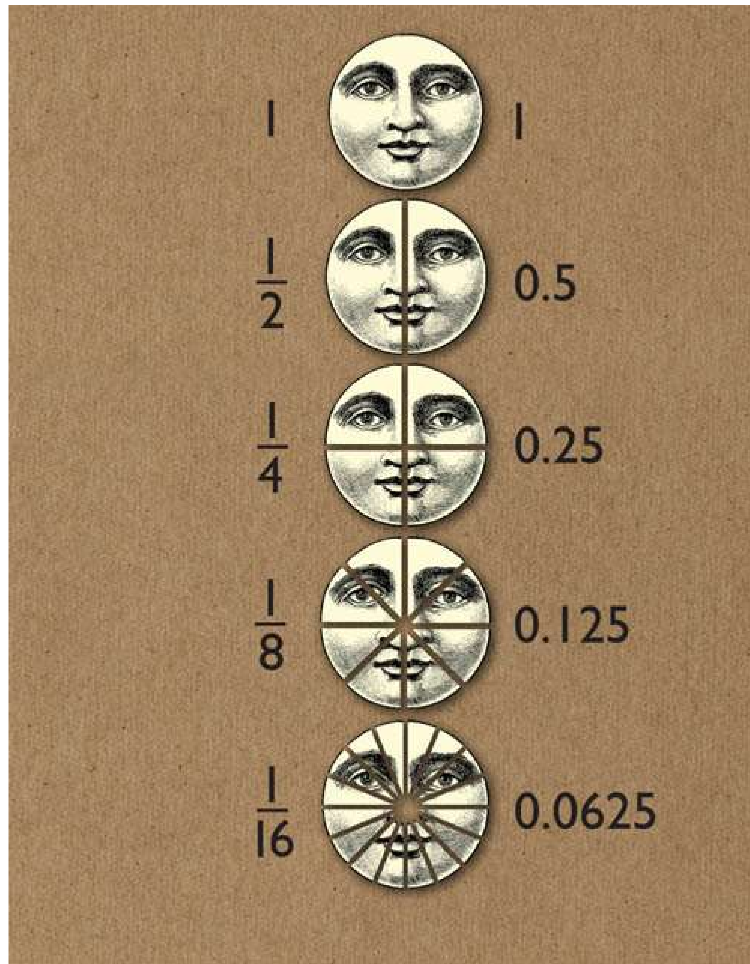
ABU’L HASAN AHMAD IBN IBRAHIM AL-UQLIDISI
env. 920–980

IBN YAHYA AL-MAGHRIBI AL-SAMAWAL
env. 1130–1180

LEONARDO PISANO (FIBONACCI)
env. 1170–1250

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Les nombres entiers peuvent se subdiviser en fractions, les décimales énoncent plus précisément ces divisions*.**

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

théorie en 30 secondes

Les nombres réels sont ceux positifs, négatifs et le 0. Il est possible de catégoriser ces valeurs de différentes façons. La plus fondamentale est de distinguer les nombres réels que l'on peut exprimer en une fraction de deux entiers (par exemple : 1/2 ou – 7/3), que l'on appelle nombres rationnels, de ceux qui ne le peuvent pas (les nombres dits irrationnels). Les anciens Grecs pensaient que tous les nombres étaient rationnels, jusqu'à ce qu'un disciple de Pythagore prouve que √2 ne l'était pas. Vous pouvez affirmer si un nombre est rationnel ou non en regardant son expansion décimale si les chiffres se répètent, le nombre est rationnel (pensez que 3/11 = 0,272727…). Les expansions décimales des nombres irrationnels (par exemple **π** = 3,14159265…) sont composées de chiffres qui ne se répètent pas. Mais il y a plus. Les nombres rationnels, et beaucoup de nombres irrationnels, ont quelque chose en commun : ils sont algébriques, c'est-à-dire que ce sont des solutions aux équations polynomiales avec des coefficients entiers. Par exemple, √2 résout $x^2 - 2 = 0$ (voir Les équations polynomiales). Mais beaucoup plus de nombres irrationnels ne sont pas algébriques : **π** en est un exemple. Les nombres non algébriques se nomment transcendants Seuls les nombres irrationnels peuvent l'être.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Les nombres « réels » – servant à exprimer des quantités et représentables via une expansion décimale – sont soit rationnels soit irrationnels. Mais certains nombres irrationnels sont plus exceptionnels que d'autres.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La philosophie des anciens Grecs supposait que toutes les choses mesurables sont, au pire, le nombre d'or des nombres entiers. Une anecdote raconte que les pythagoriciens étaient si angoissés que l'on découvre que √2 était irrationnel qu'ils assassinèrent Hippase de Métaponte afin d'empêcher qu'il ne divulgue cette vérité au monde. Un nombre comme π est peut-être plus intuitivement irrationnel, pourtant cela ne fait que 250 ans que cela fut prouvé. Un autre siècle

passa avant que π ne soit considéré comme transcendant.

THÉORIES LIÉES

FRACTIONS & DÉCIMALES

EXPONENTIELLES & LOGARITHMES

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

PI – LE CERCLE CONSTANT

PYTHAGORE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

HIPPASE DE MÉTAPONTE
actif au ve siècle av. J.-C.

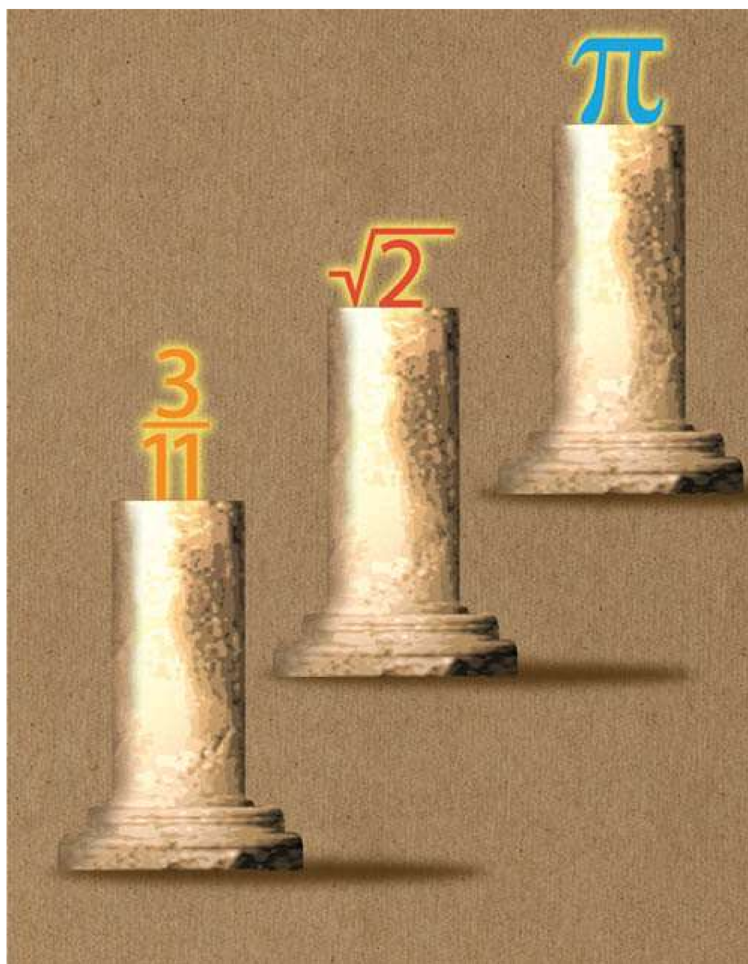
JOHANN LAMBERT
1728–1777

CHARLES HERMITE
1822–1901

FERDINAND VON LINDERMANN
1852–1939

TEXTE EN 30 SECONDES

David Perry



***Étant réels, les nombres sont rationnels s'ils peuvent être écrits comme une fraction. Sinon, ils sont irrationnels*.**

NOMBRES IMAGINAIRES

théorie en 30 secondes

Au fur et à mesure des années, les mathématiciens ont agrandi plusieurs fois le système des nombres. D'abord, on intégra les nombres négatifs. Par exemple, dans le monde du business, si + 4 est un profit de 4 unités, – 4 représente 4 unités en débit. L'arithmétique négative possède une propriété surprenante. Multipliez un nombre positif par un négatif, vous obtiendrez un résultat négatif : par exemple, – 4 × 3 = – 12. Mais multipliez un nombre négatif par un autre, et vous aurez un résultat positif : – 4 × (–3) = 12. Ainsi, aucun nombre (positif ou négatif), multiplié par lui-même, ne donne de réponse négative. Cela signifie que certaines équations simples, telle que $x^2 = -1$, ne peuvent être résolues. Ceci est un obstacle pour résoudre des équations plus compliquées, même quand des solutions existent. Ceci est corrigé par un nouveau nombre « imaginaire » i, lequel est la racine carrée de – 1 ; donc i X i = – 1. Cela engendra une controverse car on considéra qu'il s'agissait d'une tricherie. Descartes inventa le mot « imaginaire » comme terme dérogatoire. Au fil du temps, il fut accepté à l'instar de tout autre type de nombre. De nos jours, les mathématiciens préfèrent le terme de « nombres complexes », comprenant les équivalents $2 + 3i$, ou $1/2 - 1/4i$, ou plus généralement $a + bi$, où a et b sont des nombres « réels ».

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Les mathématiciens contemporains travaillent sur un système numéral développé, incluant un nouveau nombre « imaginaire » i, la racine carrée de – 1.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les nombres complexes admettent des solutions aux équations comme $x \times x = -1$. On pourrait se demander s'il y a des solutions pour $x \times x = i$, ou s'il faudrait développer encore le système. En l'occurrence, les nombres complexes renferment des solutions à toutes les équations polynomiales possibles. Ce qui signifie qu'elles sont toutes indispensables. Ce fait merveilleux est connu comme le théorème fondamental de l'algèbre.

THÉORIES LIÉES

FRACTIONS & DÉCIMALES

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

HYPOTHÈSE DE RIEMANN

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

NICCOLÒ FONTANA (‘TARTAGLIA’)
1500–1557

GIROLAMO CARDANO
1501–1576

RAFAEL BOMBELLI
1526–1572

CARL-FRIEDRICH GAUSS
1777–1855

AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY
1789–1857

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Les entiers positifs et négatifs n'étaient pas suffisants pour certains mathématiciens : ils eurent besoin de nombres imaginaires*.**

BASES DE CALCUL

théorie en 30 secondes

Lorsque nous comptons au-delà de 9, nous avons l’habitude d’écrire un « 1 » dans la colonne suivante en réutilisant les symboles. Nous utilisons donc une base 10, appelée système décimal. Cette base 10 ne fut pas toujours le système préféré. Les anciens Babyloniens comptaient grâce à une base 60 (système sexagésimal). Au lieu d’arrêter à 9 et d’aller sur la colonne suivante, ils terminaient à 59. Des restes de ce système se retrouvent dans l’utilisation des 60 minutes pour diviser une heure, et des 360° d’un cercle. Une base 12, dite système duodécimal, nous donne les concepts de la douzaine et des douze douzaines (une douzaine de douzaine). La base 20, ou système vicésimal, était courante aux premiers temps de l’Europe (voir le célèbre discours de Gettysburg prononcé par Abraham Lincoln en 1863 *). Les ordinateurs modernes utilisent la base 2, ou système binaire : 0 ou 1. Il fut aisé de produire des système primitifs pour compter quand seulement deux états sont utiles, comme ouvrir ou fermer un circuit électrique. Dans toute base, l’addition et la multiplication sont bien définies et on peut faire usage de l’algèbre. Essayez, la prochaine fois que quelqu’un vous demandera la valeur de 1 + 1. La réponse est évidemment 10 (dans une arithmétique binaire) !

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Une base fait référence au nombre de chiffres uniques qu’un système de calcul utilise pour représenter des valeurs numériques.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les Mayas d’Amérique Centrale utilisaient une base 20 pour le « compte long » de leur calendrier. Toutefois, ils « corrigeaient » leur troisième colonne à partir du normal 400 = 20 × 20 partie de 18 × 20 = 360 ; et ce, sans doute afin de refléter le nombre approximatif de jours dans l’année. Nous, nous préférons une base 10 : sans doute parce que nos doigts sont de bons calculateurs. Peut-on penser que les Mayas considéraient la valeur de leurs orteils sortant de leurs sandales ?

THÉORIES LIÉES
ZÉRO

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES
GOTTFRIED LEIBNIZ
1646–1716

GEORGE BOOLE
1815–1864

TEXTE EN 30 SECONDES
Richard Brown



Le système de base 10 est celui le plus communément adopté – les Babyloniens pensaient plus grand avec 60 chiffres. Le code des ordinateurs, lui, se contente de deux chiffres.

* Le début du texte est difficilement transposable en français : le discours du 19 novembre 1863 de Lincoln dura deux minutes. Lincoln dit : « Il y a 87 années que nos ancêtres ont fondé sur le sol de ce continent une nation conçue dans la liberté […]. » Pour dire 87, il employa les termes anciens : « fourscore and seven years », c'est-à-dire 4 × 20 (score) + 7 ans (N.D.T.).

NOMBRES PREMIERS

théorie en 30 secondes

La plupart des nombres entiers peuvent se diviser en plusieurs parties. Par exemple, 100 = 4 × 25. 100 = 20 × 5 est aussi exact. Si nous divisons encore en plus petites divisions, nous arrivons à la factorisation première de 100 : 100 = 2 × 2 × 5 × 5. Nous ne pouvons décomposer au-delà : ce sont des nombres premiers, divisibles seulement par 1 ou eux-mêmes. Lorsque les mathématiciens commencèrent à faire la liste des nombres premiers, ils recherchèrent sans succès un schéma. Ils s'interrogèrent : cette liste était-elle finie ou pourrait-on trouver des nombres premiers plus grands ? Dans ses *Éléments*, Euclide livra la preuve qu'il existe une infinité de nombre premiers. 17 463 991 229 est un grand nombre premier. Comment savons-nous qu'il est premier ? Essayons de diviser cet entier par d'autres entiers plus petits : nous ne trouverons rien d'autre que 1. Il est donc premier. Ceci est peu rapide et il existe d'autres façons. Les plus grands nombres premiers connus ont plus de 10 000 000 chiffres et des méthodes plus intelligentes sont nécessaires pour les établir comme tels. Il peut sembler frivole de chercher des grands nombres premiers. Pourtant, dans les années 70, une idée révolutionnaire créa une technique pour effectuer des communications sécurisées en utilisant un système nécessitant la génération de grands nombres premiers. Cette technique s'introduisit dans internet, nous permettant d'acheter en ligne en toute sécurité.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Un nombre premier est un entier positif, divisible seulement par 1 ou lui-même. Les nombres premiers ne peuvent être « émiettés » et sont aux entiers ce que les éléments sont à la matière.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Lorsque nous prenons des factorisations premières de nombres, il semble évident que nous obtiendrons toujours les mêmes nombres premiers jusqu'à la fin. Or, plus on étudie les nombres, moins ce fait est évident. Il est vrai, et très important, que ceci porte le titre de théorème fondamental de l'arithmétique. Bien

qu’aucune formule ne génèrera chaque nombre premier à tour de rôle, le théorème des nombres premiers nous donne une idée de la proportion de nombres entiers premiers.

THÉORIES LIÉES

THÉORIE DES NOMBRES

ÉLEMENTS D’EUCLIDE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

EUCLIDE D’ALEXANDRIE
actif vers 300 av. J.-C

CARL FRIEDRICH GAUSS
1777–1855

JACQUES HADAMARD
1865–1963

CHARLES JEAN DE LA VALLÉE-POUSSIN
1866–1962

TEXTE EN 30 SECONDES

David Perry

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Seulement divisibles par 1 ou eux-mêmes, les nombres premiers ont fasciné pendant des siècles les mathématiciens. La découverte des grands nombres premiers a, aujourd’hui, des applications pratiques.

LES NOMBRES DE FIBONACCI

théorie en 30 secondes

Dans la suite de Fibonacci, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233…, chaque chiffre est la somme des deux précédents. Le résultat, lequel jour un rôle spécifique dans la théorie des nombres, possède de nombreuses et curieuses propriétés numériques. Si vous ajoutez les chiffres dans la suite de Fibonacci jusqu'à un certain point, la somme est toujours 1 de moins que le nombre Fibonacci ; par exemple : 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 fait 1 de moins que le 21 Fibonacci. Ajoutez les carrés de ces nombres produit deux nombres Fibonacci : 1 + 1 + 4 + 9 + 25 + 64 = 8 × 13. Et 1 : 1, 2 : 1, 3 : 2, 5 : 3, 8 : 5 permet d'approcher le nombre d'or **φ** ≈ 1,618. Géométriquement parlant, les carrés dont les côtés sont des nombres Fibonacci en longueur s'ajustent ensemble pour former une spirale d'or. Bien longtemps avant que les êtres humains soient fascinés par ces modèles, les plantes avaient découvert l'économie des nombres Fibonacci. Les feuilles ou les bourgeons de nombreuses plantes à structure en spirale – comme les ananas, les tournesols et les artichauts – présentent une paire de nombres Fibonacci consécutifs. Si vous observez un ananas, vous verrez 8 rangs de spirales dans une direction et 13 dans l'autre. Dans le règne animal, une abeille possède, à chaque génération, un nombre Fibonacci d'ancêtres.

RÉFLEXION EN 3 SECONDES

Une simple règle, ajoutant les deux termes précédents pour obtenir le terme suivant, produit une des suites favorites de nombres de Mère Nature.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

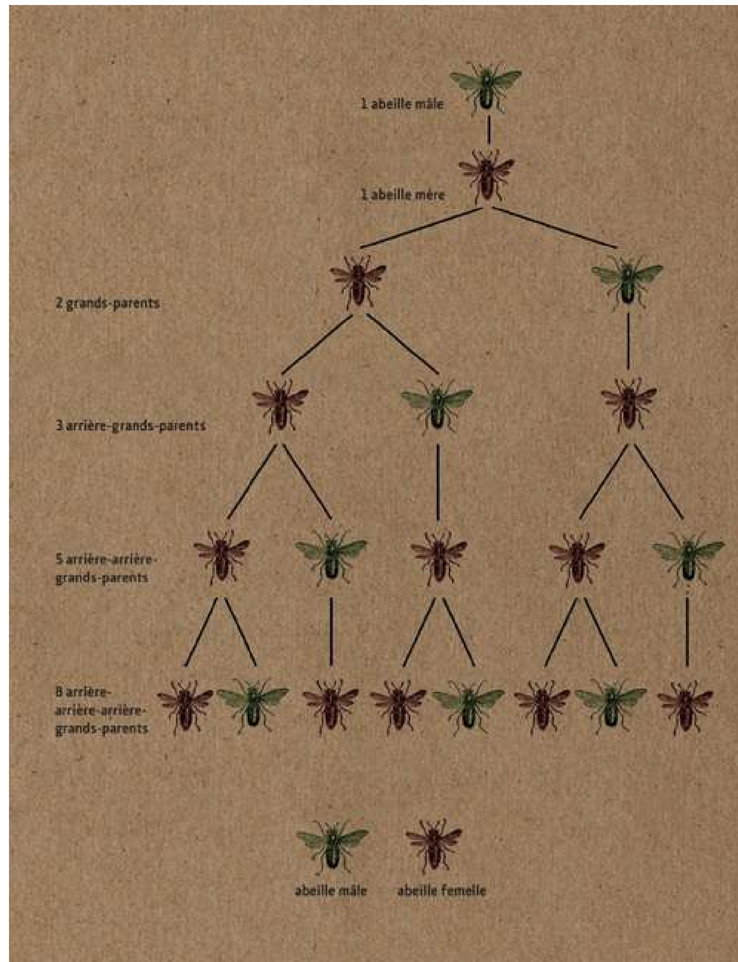
En 1202, dans son œuvre *Liber Abaci*, Leonardo Pisano, connu sous le nom de Fibonacci, posa une énigme relative à la reproduction des lapins. Fibonacci énonça, peut-être de manière irréaliste, qu'à chaque mois passé, chaque paire de lapins adultes produit une paire de lapereaux. Or, il faut un mois à un petit pour devenir adulte. Si vous démarrez en janvier avec une seule paire de lapereaux, vous obtiendrez 144 paires en décembre !

THÉORIES LIÉES
THÉORIE DES NOMBRES

LE NOMBRE D’OR

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES
LEONARDO PISANO (FIBONACCI)
env. 1770-env. 1250

TEXTE EN 30 SECONDES
Jamie Pommersheim



La suite de Fibonacci apparaît dans un arbre généalogique d'abeilles. Chaque abeille mâle a seulement un parent femelle, tandis que chaque femelle a deux parents, un mâle et un femelle.

LE TRIANGLE DE PASCAL

théorie en 30 secondes

Qu'y a-t-il après cette suite : (1 1), (1 2 1), (1 3 3 1), (1 4 6 4 1)… ? Cette énigme est un important problème d'algèbre, connu sous le nom de « parenthèses en expansion ». Commencez avec l'expression $(1 + x)$ et multipliez-la par elle-même. Cela donne $(1 + x)^2 = 1 + 2x + 1x^2$. La multiplication de trois parenthèses donne $(1 + x)^3 = 1 + 3x + 3\,x^2 + 1x^3$. Quatre produit $(1 + x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + 1x^4$. Ici, la difficulté ne réside pas dans l'algèbre mais dans les nombres. La formule suivante donnera quelque chose comme ceci : $(1 + x)^5 = 1 + ?\,x + ?\,x^2 + ?\,x^3 + ?\,x^4 + 1x^5$. Mais, ici, par quels nombres exacts doit-on compléter ? Pascal désirait une réponse rapide et il la trouva grâce à son triangle. Il commence par 1. En-dessous, il y a encore deux 1. Pascal eut la perspicacité de voir que le processus pouvait continuer : chaque nombre provient des deux au-dessus de lui, additionnés ensemble. (Cette pensée fut antérieurement élaborée par d'autres, tel l'Indien Pingala, plus de mille ans auparavant.) Ce processus est simple à réaliser : il suffit d'une petite addition et non d'algèbre compliquée. Chaque ligne donne la réponse à un problème de parenthèse en expansion. Ainsi, pour trouver $(1 + x)^5$, lisez les nombres sur la sixième ligne : 1, 5, 10, 10, 5, 1.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le célèbre triangle de Pascal ne contient pas seulement des schémas numériques fascinants, il est aussi un outil essentiel en algèbre.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Le triangle de Pascal contient de nombreux schémas fascinants. La première diagonale est une ligne de 1, et la seconde décompte : 1, 2, 3, 4… Mais la troisième comporte ce qui est connu comme des nombres triangulaires : 1, 3, 6, 10, 15… Si vous désirez disposer des boules à l'intérieur d'un triangle (au début d'un jeu d'argent, par exemple), ce sont les nombres qui marchent. Les nombres

Fibonacci sont aussi cachés dans ce triangle, telle une succession de « diagonales superficielles ». Regardez si vous les trouvez !

THÉORIES LIÉES

NOMBRES FIBONACCI

L'ESPACE RÉSERVÉ VARIABLE

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PINGALA
env. 200 av. J.-C.

ABU BEKR IBN MUHAMMAD IBN AL-HUSAYN AL-KARAJI
953–1029

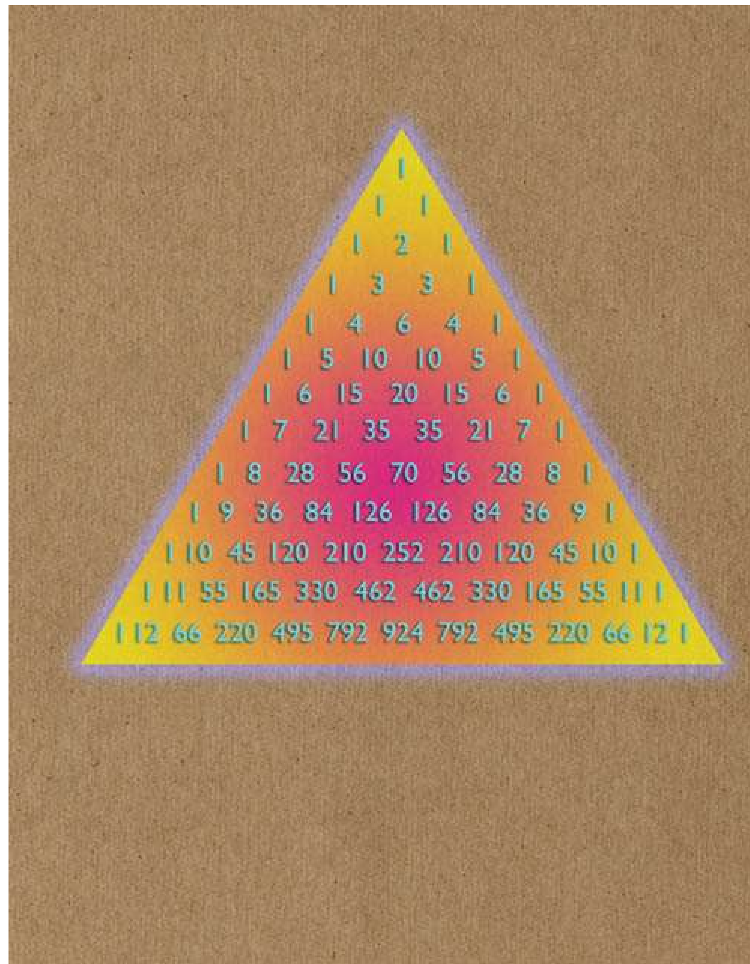
YANG HUI
1238–1298

BLAISE PASCAL
1623–1662

ISAAC NEWTON
1643–1727

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Le triangle de Pascal contient de nombreux schémas mathématiques et fournit une solution nette à certains problèmes d’algèbre*.**

BLAISE PASCAL

Pascal souffrait de migraines chroniques, d'insomnie et de dyspepsie : il vivait le plus souvent accompagné de douleurs. Sa vie fut courte mais productive. Malgré cela, il devint un éminent mathématicien, physicien, philosophe et théologien. Il travailla (et se querella) avec les plus grands esprits de son époque. Orphelin de mère à l'âge de 6 ans, il fut scolarisé à la maison. Son père lui ayant interdit d'étudier les mathématiques, il s'y adonna en secret ; mais quand son fils eut 12 ans, ce dernier se laissa amadouer : le jeune Pascal étudia plus ardemment, au point de fabriquer une machine à calculer. Son percepteur de père en fut grandement aidé. Dénommée la « Pascaline », cette calculatrice ne fut pas la première. Elle fut fabriquée à 50 exemplaires et demeura un échec commercial. Toutefois, son fonctionnement exercera une grande influence sur Gottfried Leibniz.

Durant sa vie adulte, Pascal eut de régulières prises de bec avec le philosophe Descartes au sujet de l'existence (ou non) du vide. Descartes estimait (faussement) qu'une telle chose ne pouvait exister, ce qui conduisit Pascal à un ouvrage sur l'hydrostatique. Il trouva aussi le temps de développer l'idée du « triangle de Pascal » (voir ici), et d'établir les principes de la théorie des probabilités, en correspondant avec Pierre de Fermat. Il nous faut remercier ici le joueur invétéré Chevalier de Méré. Il s'enquit auprès de Pascal de savoir comment diviser une cagnotte si deux joueurs de compétence égale décidaient de quitter la table en milieu du jeu. En 1646, lorsque le père de Pascal tomba malade, il fut soigné par les frères jansénistes du monastère de Port-Royal. Pascal et sa sœur, Jacqueline, en furent grandement influencés et embrassèrent la religion des jansénistes. À la fin de sa vie, Pascal se consacra à la réconciliation de la foi et de la raison. Ses attentes se reflètent dans le « pari de Pascal » exprimé dans les *Pensées*, ouvrage inachevé, rassemblant des considérations philosophiques. Le pari concernait l'existence de Dieu et si l'on doit miser sur elle. Pascal pariait sur l'existence de Dieu : s'Il existe, votre place est assurée au ciel ; s'Il n'existe pas, vous ne perdrez rien.

19 juin 1623

Naissance à Clermont-Ferrand

1631
S’installe à Paris avec sa famille

1639
Auteur de *Essai pour les coniques* ; déménage avec sa famille à Rouen

1642–1645
Construit la Pascaline, une machine à calculer mécanique

1647
Rencontre Descartes et publie *Expériences nouvelles touchant le vide*

1650
Se convertit au jansénisme

1653
Reprend des études scientifiques

1653
Publie *Traités de l’équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l’air* (qui explique sa loi de la pression)

1654
Correspond avec Fermat

1655
Impression de la méthode du « triangle de Pascal ». Il rencontre Antoine Arthaud, philosophe chef de file des jansénistes.

1656–1657
Rédige *Les Provinciales*, qui défend les jansénistes

1658
Écrit *Traités relatifs à la cycloïde*

1668
Commence à travailler sur *Les Pensées*, un ensemble d’essais philosophiques et théologiques

---

19 August, 1662
Meurt à Paris

1670
Les Pensées sont publiées à titre posthume

1779
Publication de *l’Essai pour les coniques*



THÉORIE DES NOMBRES

théorie en 30 secondes

La théorie des nombres est l’étude des propriétés intéressantes que possèdent les nombres. Par exemple, choisissez un nombre premier impair et divisez-le par 4. Le reste sera soit 1, soit 3. Il est possible de prouver que si le reste est 1, vous pouvez trouver deux nombres au carré à ajouter au nombre premier. Par exemple, divisez 73 par 4, vous obtiendrez 18, avec 1 pour reste. Après une petite recherche, vous pouvez déterminer que $73 = 9 + 64 = 3^2 + 8^2$. D’un autre côté, un reste de 3 signifie que, quoique vous fassiez, il est *impossible* de trouver deux nombres au carré à additionner à ce nombre premier (essayez avec 7 ou 59). La question se pose : pourquoi ? Les mathématiciens ne sont jamais satisfaits de cette sorte de comportement ; ils veulent prouver que ces propriétés sont toujours vraies. Les mathématiciens de la Grèce antique commencèrent par explorer les propriétés de divisibilité des entiers : c’est ce qui les mena à étudier les nombres premiers. Ils se plaisaient aussi à étudier les nombres figurés et leurs relations mutuelles. Si vous possédez un nombre de pierres que vous pouvez disposer en un triangle équilatéral, un carré ou un pentagone, vous êtes en présence d’un nombre figuré. Euclide élabora une formule sur deux carrés s’ajoutant à un troisième carré. C’est en conjecturant sur diverses équations, que Pierre de Fermat en vint à élaborer son fameux « dernier théorème ».

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

La théorie des nombres est une discipline vouée à l’étude des propriétés et du comportement des différentes classes de nombres.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Carl Friedrich Gauss déclara que, parmi les sciences, celle des mathématiques en était la reine. Et que la théorie des nombres était la reine des mathématiques. Il y a 70 ans, G. H. Hardy fit écho à cette opinion, trouvant du plaisir aux mathématiques uniquement pour la beauté surprenante des vérités découvertes, non souillées par l’application pratique. Plus tard, lorsque la théorie des nombres

déboucha sur la cryptologie, peu pensèrent que la beauté de la reine des mathématiques en fut diminuée.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES PREMIERS

ANNEAUX & CHAMPS

ÉLÉMENTS D’EUCLIDE

LE DERNIER THÉOREME DE FERMAT

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PYTHAGORAS
env. 570-495 av. J.-C.

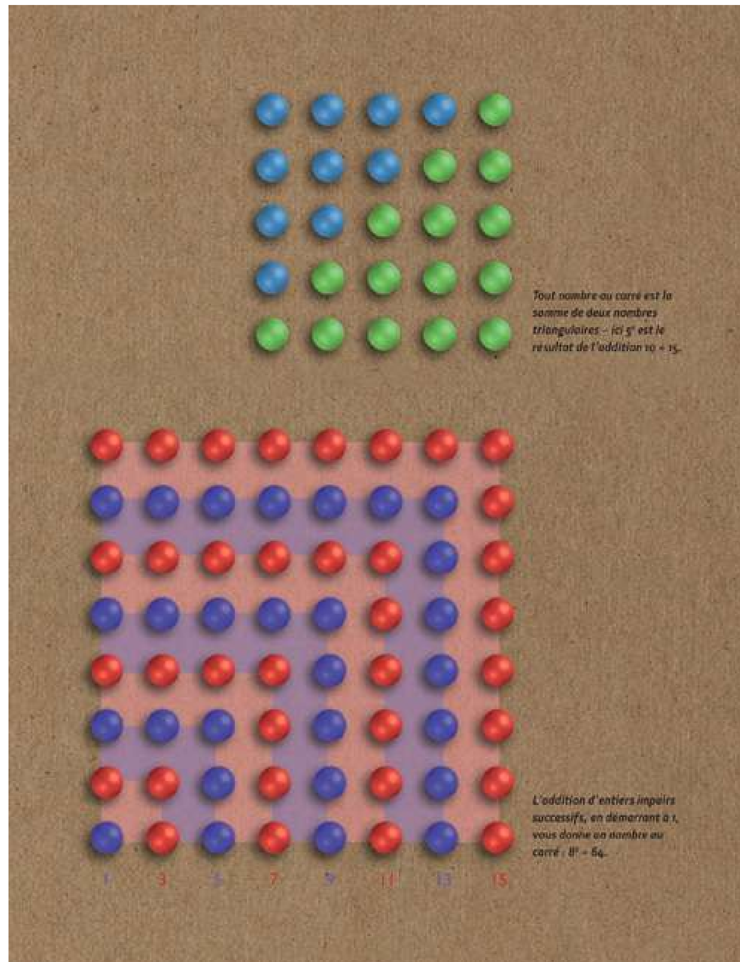
EUCLID
actif autour de 300 av. J.-C.

PIERRE DE FERMAT
1601–1665

CARL FRIEDRICH GAUSS
1777–1855

G. H. HARDY
1877–1947

TEXTE EN 30 SECONDES
David Perry



***Les nombres figurés forment une branche de la théorie des nombres – des nombres pouvant être exprimés en une figure géométrique*.**



FAIRE TRAVAILLER LES NOMBRES

FAIRE TRAVAILLER LES NOMBRES
GLOSSAIRE

algèbre de Boole (calcul booléen) Une forme de l'algèbre dans laquelle les propositions logiques sont représentées par des équations algébriques, dans laquelle la « multiplication » et l'« addition » (et les négatives) sont remplacées par « et » et « ou » (ou « non »), et où les nombres 0 et 1 représentent respectivement « faux » et « vrai ». L'algèbre de Boole joua (et joue encore) un rôle significatif dans le développement des programmations pour ordinateurs.

associative Propriété d'une opération sur des nombres où l'ordre des deux occurrences (ou plus) n'a pas d'importance. Par exemple, la multiplication des nombres est dite associative puisque $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

commutative Propriété d'une opération sur les nombres où l'ordre est inversé mais où le résultat est identique. Par exemple, une multiplication de nombres est dite commutative lorsque $3 \times 5 = 5 \times 3$.

coordonnées cartésiennes Nombres représentant la position d'un point spécifique sur un graphique ou une carte, grâce à un système semblable à un quadrillage. Les coordonnées sont données par valeurs représentant la distance à la fois sur l'axe horizontal (x) et l'axe vertical (y), à partir d'un point de référence, en général le point de croisement des axes.

droite des réels Représentation visuelle de tous les nombres réels sur une échelle horizontale, avec les valeurs négatives allant indéfiniment vers la gauche et les valeurs positives vers la droite, divisée par zéro. La plupart des lignes de nombres montrent habituellement les entiers positifs et négatifs espacés régulièrement.

équation différentielle Une équation impliquant une fonction inconnue et certaines de ses dérivées. Les équations différentielles sont les premiers outils utilisés par les scientifiques afin de modeler les processus physique et mécanique en physique et en ingénierie.

exposant Le nombre de fois par lequel un autre nombre, connu sous le nom de

nombre de base, est multiplié par lui-même. Dans l'expression $4^3 = 64$, l'exposant est 3 et la base est 4. L'exposant est appelé aussi puissance.

expression algébrique Expression mathématique dans laquelle on utilise des lettres et autres symboles pour remplacer des nombres. Les expressions algébriques peuvent aussi représenter les chiffres arabes et tous les signes d'une opération telle que + (addition), × (multiplication), √ (racine carrée), etc. Peu importe la complexité de l'expression algébrique : elle représente toujours une valeur unique.

fonction Appliquée à une quantité, connue comme l'entrée, une fonction résulte en une autre quantité, connue comme la sortie. On écrit souvent l'expression d'une fonction *f(x)*. Par exemple, la fonction *f* telle que $f(x) = x^2$ est une fonction dans laquelle pour chaque valeur d'entrée de *x* vous obtenez une valeur de sortie de x^2, ainsi *f*(5) = 25, *f*(9) = 27, etc. La collection de toutes les entrées et sorties peut être pensée comme un ensemble individuel : une fonction relie chaque élément de l'ensemble des entrées à un autre élément de l'ensemble des sorties.

mécanique quantique Branche de la physique dans laquelle les formules mathématiques jouent un rôle central en décrivant le mouvement et l'interaction des particules subatomiques, incluant, par exemple, la dualité onde-particule.

monadologie Gottfried Leibniz a exposé sa philosophie métaphysique dans *Monadologie* (1714). Elle est basée sur le concept des monades, substances simples que Leibniz appelle « les substances individuelles » ; chacune d'entre elles est programmée pour se comporter d'une certaine façon.

multiplicateur Quantité par laquelle un nombre, connu sous le nom de multiplicande, sera multiplié. Dans 3 × 9 = 27, le multiplicateur est 9 et le multiplicande, 3.

nombre réel Tout nombre exprimant une quantité le long d'une droite de nombres ou continuum. Les nombres réels incluent tous les nombres rationnels (nombres pouvant être exprimés comme un taux ou une fraction ; incluant les entiers positifs et négatifs et les décimaux), les nombres irrationnels (ces nombres qui ne peuvent être écrits comme une vulgaire fraction telle que √2), et les nombres transcendants (comme π).

variable Quantité pouvant changer sa valeur numérique. On les exprime souvent par des lettres comme *x* ou y. On les utilise souvent comme des espaces réservés dans les expressions et les équations telles que $3x = 6$, où 3 est le coefficient, *x* est la variable, et 6 la constante.

ZÉRO

théorie en 30 secondes

Les anciens peuples, possédant un système de numération, comme les Babyloniens, les Grecs (seulement les astronomes !) et les Mayas utilisèrent le zéro comme un espace réservé. L'Inde fit de même, pays où naquit notre système moderne de nombres. En 628, Brahmagupta rédigea le premier ouvrage qui traitait du zéro en tant que nombre et non plus seulement comme un espace réservé. Il donna ainsi des règles à l'arithmétique avec le zéro et des nombres négatifs. En 820, Al-Khwarizmi introduisit le système indien dans le monde islamique. En 1202, Fibonacci fit de même en Europe grâce à son livre *Liber Abaci*. Il y popularisa aussi la notion de zéro. Zéro est le seul nombre réel ni négatif, ni positif. Tout nombre qui n'est pas zéro se nomme « non-zéro ». Zéro est l'identité additive, par exemple $a + 0 = a$, où a représente tout nombre réel. Lui additionner zéro le laisse inchangé. En outre, $a \times 0 = 0$ et $^{0}/_{a} = 0$ pour un a non-nul. Si l'on pense qu'un nombre réel divisé par zéro est l'infini, cela n'a pas rigoureusement de sens. Ainsi, les mathématiciens disent seulement que la division par zéro est non définie. Parce qu'il est divisible par 2, 0 est même un nombre. D'ailleurs, si l'exposant est 0, la réponse est toujours 1 ; par exemple $a^0 = 1$, pour tout nombre réel a autre que 0. En conclusion, certains mathématiciens préfèrent débuter un compte par 0 au lieu de 1.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Zéro, dont le symbole est 0, est l'absence de quantité. Les synonymes sont : néant, rien, nul, chou blanc.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Dans le calcul booléen, 0 signifie faux ; en électricité 0 est une notation sténographique pour off (fermé). En physique, le zéro absolu est la température minimum théorique. « Inférieur à zéro » indique des nombres (ou des quantités) négatifs. Zéro s'ajuste à la valeur zéro. Et « un zéro » est un terme souvent utilisé pour qualifier une personne (ou une chose) insignifiante – et pour l'un de

nos nombres réels les plus importants et les plus versatiles !

THÉORIES LIÉES

BASES DE CALCUL

INFINI

ADDITION & SOUSTRACTION

MULTIPLICATION & DIVISION

EXPONENTIELLES & LOGARITHMES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

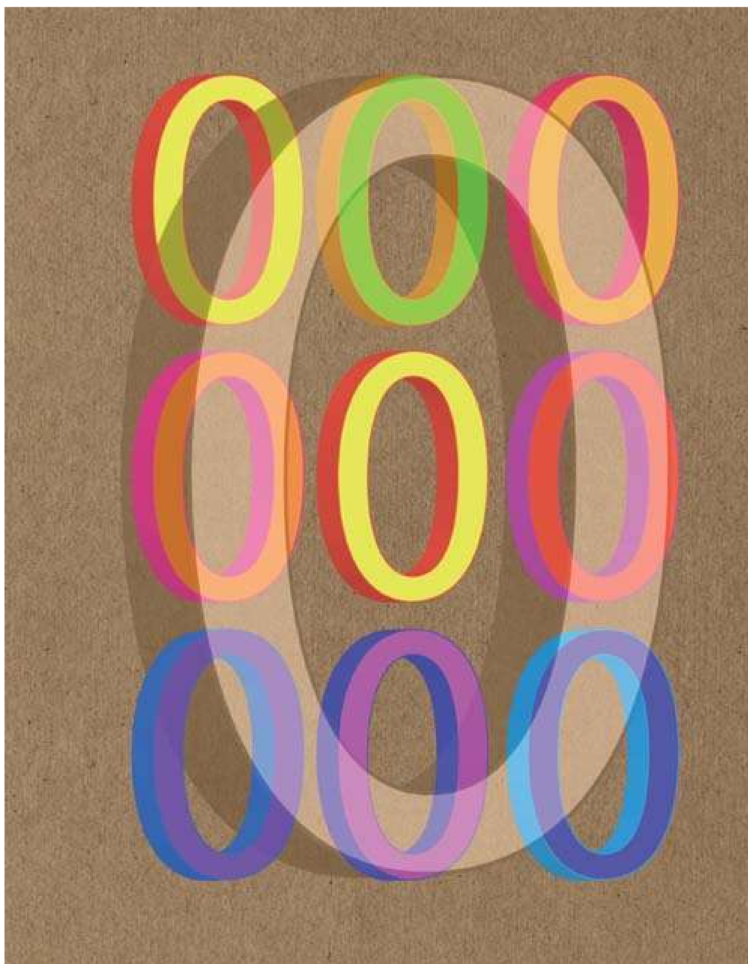
BRAHMAGUPTA
598-670 env.

ABU ‘ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI
780 env.-850 env.

LEONARDO FIBONACCI
1170–1250

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***Beaucoup de bruit pour rien – zéro est un entier à part entière*.**

INFINI

théorie en 30 secondes

Il est facile de voir que les nombres naturels sont infinis. Déclarez que tout nombre est le plus haut et vous pourrez toujours en ajouter un de plus. Il est aussi vrai, mais un peu plus rusé, qu'entre 0 et 1 il existe un nombre infini de nombres. Depuis des millénaires, les mathématiciens sont fascinés par le concept d'infini. Zénon d'Élée, un Grec adepte du stoïcisme, étudia l'idée à travers une série de paradoxes. Son plus fameux énonce que tout mouvement est impossible : aller d'un point A à un point B nécessite de passer par un nombre infini de points intermédiaires. Or, chacun prenant un temps positif pour aller de l'un au prochain, et puisque un nombre infini de nombres positifs doivent être ajoutés à l'infini, on ne peut aller nulle part en un temps fini. Nous savons maintenant où il se trompa (un nombre infini de nombres positifs peut avoir une somme finie !), mais cette pensée provoqua de nombreuses études. Aujourd'hui, l'idée centrale, derrière le calcul infinitésimal, implique l'infinité. Les taux moyens de changement usant d'une séquence infinie d'intervalles de temps positifs de plus en plus petits (nous disons « infiniment petit ») nous aident à définir ce taux instantané. Ceci fonctionne comme le compteur d'une voiture enregistrant votre vitesse ; votre distance parcourue au-dessus d'un intervalle de temps positif très petit. Sans l'infini, nous ne pourrions, peut-être, vraiment aller nulle part !

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Toutes les bonnes choses ont une fin, sauf en mathématiques.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Buzz Lightyear, le fameux héros de l'espace de la série *Toy Story* des studios Pixar, proclame fièrement : « Vers l'infini et au-delà ! » Mais comme la fin de la droite des nombres réels, et l'horizon pour les marins intrépides, quelle que soit la façon dont nous voyageons, nous ne nous en rapprochons jamais autant que lorsque nous en étions partis. Même le nombre total de particules subatomiques de l'univers, estimé à bien moins que 10 100, n'est pas plus proche de l'infini que l'est le 1. Pour aller au-delà de l'infini, on doit d'abord l'atteindre. Zénon

d'Élée aurait apprécié cela.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & NOMBRES IRRATIONNELS

CALCUL INFINITÉSIMAL

L'HYPOTHÈSE DU CONTINUUM

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ZÉNON D'ÉLÉE

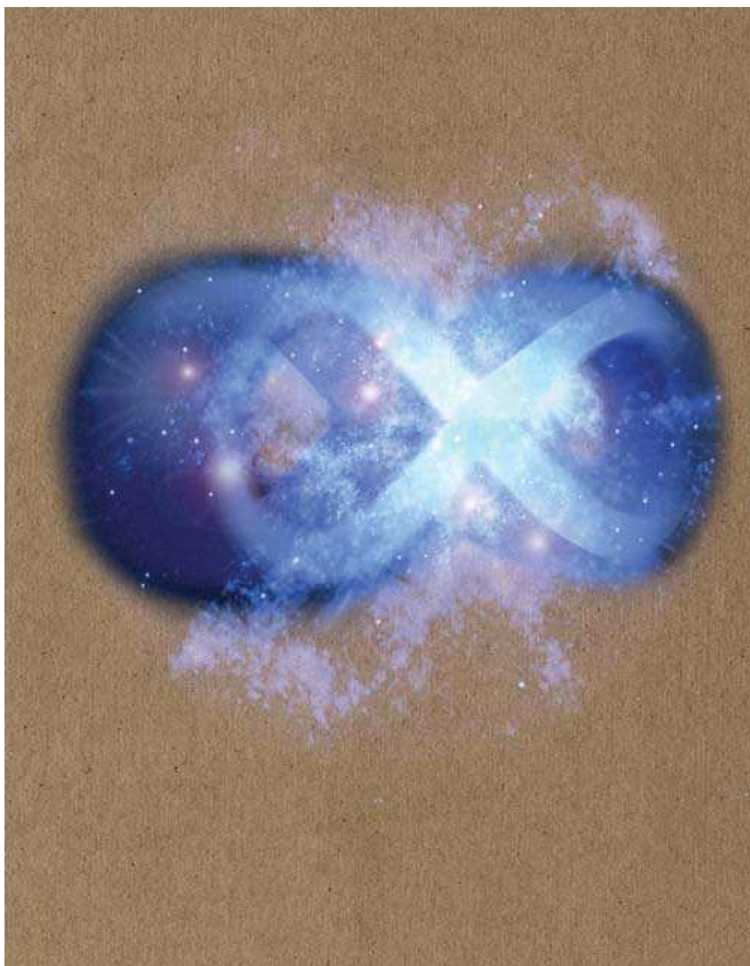
env. 490-env. 430 av. J.-C.

GEORG CANTOR

1845–1918

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Brown



***Y aura-t-il jamais une fin à tout cela ? Pas selon les mathématiciens*.**

ADDITION & SOUSTRACTION

théorie en 30 secondes

Dès 2 000 ans avant J.-C., les civilisations anciennes, telles celles des Égyptiens et des Babyloniens, maniaient l'addition et la soustraction. En Inde, le système décimal, qui se prête lui-même plus aisément aux opérations d'arithmétique, fut adopté en Europe grâce à l'ouvrage de Fibonacci : *Liber Abaci*. Aux VIe et VIIe siècles, Aryabhata et Brahmagupta apportèrent une grande contribution aux mathématiques indiennes. En 1489, les symboles + et – apparurent dans un ouvrage imprimé dû à Johannes Widmann. En addition, les nombres ajoutés s'appellent des seconds nombres et le résultat, une somme. Une retenue est indispensable lorsque la somme d'une colonne de seconds nombres va au-delà de 9. Une addition est dite commutative lorsqu'elle signifie $a + b = b + a$ et associative dans le cas de $(a + b) + c = a + (b + c)$. Si on ajoute zéro à un nombre, on obtient le même nombre, faisant de zéro une identité additive. Par exemple : $a + 0 = a$. La soustraction est l'inverse de l'addition. Dans une soustraction, par exemple $a - b$, a est le diminuende et b le diminuteur. En contraste avec l'addition, la soustraction n'est jamais ni commutative, ni associative. De même qu'une retenue est requise quand on ajoute une colonne de nombres, un emprunt est nécessaire lorsque l'on soustrait. Le symbole ± (lu « plus ou moins ») dénote une incertitude ou une paire de valeurs, par exemple les deux racines d'une équation quadratique (du second degré).

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

L'addition est une combinaison de deux nombres ou plus. La soustraction donne la différence entre deux nombres.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Des nombres en quantité infinie peuvent être ajoutés ou soustraits dans une suite infinie. Une suite avec une limite finie est dite convergente. Un simple exemple est la suite : 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 +… = 1. Pour visualiser cela, imaginez que vous traversez la moitié d'une pièce puis la moitié de la distance restante (1/4 du total), puis le reste (1/8), etc. Certaines suites infinies présentent des résultats

étonnants. Par exemple, 1 – 1/3 + 1/5 – + 1/7 + 1/9 – 1/11 + 1/13 – 1/15… = π/4.

THÉORIES LIÉES

FRACTIONS & DÉCIMALES

BASES DE CALCUL

ZÉRO

MULTIPLICATION & DIVISION

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ARYABHATA
476–550

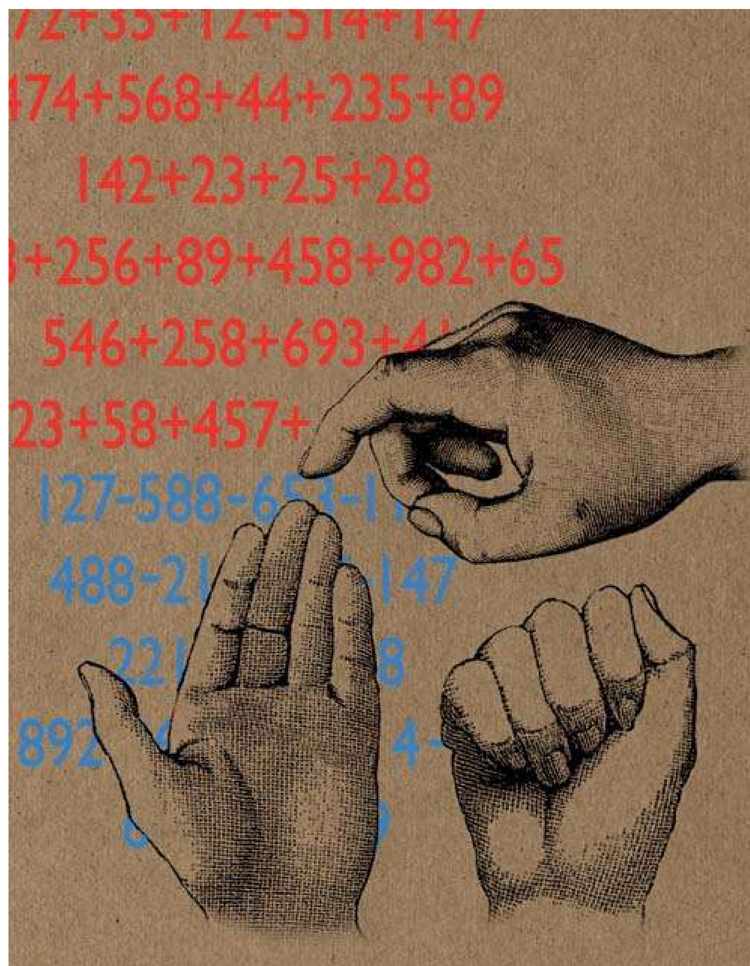
BRAHMAGUPTA
598–670/668

LEONARDO FIBONACCI
1170–1250

JOHANNES WIDMANN
c. 1462–c. 1498

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***La somme de toutes les choses – addition et soustraction font partie de notre quotidien depuis les temps les plus anciens*.**

MULTIPLICATION & DIVISION

théorie en 30 secondes

Multiplier et diviser représentaient un défi lorsque l'on utilisait les systèmes primitifs de numérotation n'employant pas de notation positionnée. C'était le cas chez les Égyptiens, les Grecs ou les Romains. Le système numéral et arithmétique adopté par la suite en Europe fut développé en Inde, dès le VIe et le VIIe siècle. Dans la multiplication $a \times b = c$, a est le multiplicateur, b le multiplicande et c le produit. On appelle aussi a et b des facteurs. La notation pour la multiplication de deux nombres a et b est $a \times b$, $a \cdot b$, $(a)(b)$ et ce que préfèrent les mathématiciens : ab. Similaire à l'addition, la retenue est nécessaire quand le produit d'une colonne de chiffres vaut plus que 9. Dans l'exemple $a \times 1 = a$, 1 est l'identité multiplicative. $a \times b = b \times a$ est une multiplication dite commutative. $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ est une multiplication dite associative. La division n'est ni l'une ni l'autre. Dans la division $a \div b = c$, **a** est le dividende, **b** le diviseur et **c** le quotient. Les mathématiciens préfèrent la notation a/b plutôt que $a \div b$. La division longue est une division algorithmique qui pose dans un tableau : le dividende (le montant à diviser), le diviseur (le nombre que vous divisez) et le quotient (la réponse). Pour les mathématiciens, la division de tout nombre par zéro est indéterminée parce qu'elle n'a pas de sens.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

La multiplication est l'addition répétée d'un premier nombre un second nombre spécifique de fois. La division détermine combien de fois une quantité est contenue dans une autre.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Grâce aux logarithmes, la multiplication et la division peuvent être exécutées en utilisant respectivement l'addition et la soustraction. Ceci est possible par le fait que les nombres multipliables et divisibles s'expriment comme des puissances d'une base commune pouvant être accomplie en ajoutant ou en soustrayant les exposants. Avant l'avènement des calculatrices, des règles à calculer marquées avec des axes logarithmiques étaient communément employées afin de faciliter

le calcul arithmétique.

THÉORIES LIÉES

FRACTIONS & DÉCIMALES

THÉORIE DES NOMBRES

ADDITION & SOUSTRACTION

EXPONENTIELLES & LOGARITHMES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ARYABHATA
476–550

BRAHMAGUPTA
598–670/668

LEONARDO FIBONACCI
1170–1250

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

6
7 | 42

La multiplication prend un nombre et le répète par un second nombre de fois. La division est l'opposé : elle décompose un nombre en portions égales.

EXPONENTIELLES & LOGARITHMES

théorie en 30 secondes

Si, chaque semaine, j'ajoute 1 euro dans ma tirelire et que j'observe le montant que j'accumule, je peux établir un graphique de l'augmentation de ce montant (à taux constant). Si, chaque semaine, j'ajoute 1 euro sur un compte en banque avec intérêts, le montant augmentera de façon exponentielle (à un taux qui augmente avec le montant lui-même, puisque des intérêts commencent à se produire sur les précédents, comme un effet boule de neige en cascade). Si une banque généreuse me donnait 100 % d'intérêts, je devrais gagner 1 euro d'intérêt sur l'euro original investi. Après une année, j'aurais 2 euros. Si je n'ajoute jamais d'argent mais laisse ce montant s'accroître, il doublera chaque année, me donnant 8 euros après trois années, car $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$. Après quatre ans, j'aurais 16 euros, etc. Dans l'expression $2^3 = 8$, nous appelons base le multiplicateur 2 constant ; l'exposant 3 est le nombre de fois que nous multiplions la base par elle-même. Il est naturel de vouloir renverser ce calcul. Si je connais le taux d'intérêt, combien d'années faudra-t-il avant que 1 euro ne devienne 8 ? Un logarithme renverse l'exponentiation : nous écrirons $\log_2 8 = 3$. En général, la fonction $\log_2$ me dit quel est l'exposant pour élever 2 afin d'obtenir *x*. Dans l'exemple de la banque, où mon argent double chaque année, il me dit combien d'années il faudra pour obtenir *x* euros.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

L'exponentiation est une notation sténographique concernant la répétition d'une multiplication. Un logarithme est à l'exponentiation ce que la division est à la multiplication : un moyen mathématique de l'annuler.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Au XVIe siècle, le mathématicien John Napier fut le premier à utiliser le terme logarithme dans le but de montrer l'inverse d'une exponentiation. Il composa des tables de valeur pour calculer les logarithmes. Sur votre calculatrice, vous avez sans doute vu les boutons $\log_{10}(x)$ et In(*x*), renvoyant au « logarithme népérien ».

Sa base est un nombre situé entre 2 et 3 que l'on appelle *e*, un nombre spécial, comme π, que l'on aperçoit fréquemment dans les formules de physique, en biologie et dans les sciences économiques.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

MULTIPLICATION & DIVISION

FONCTIONS

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

JOHN NAPIER

1550–1617

LEONARD EULER

1707–1783

TEXTE EN 30 SECONDES

David Perry



***Tandis que la croissance logarithmique diminue énergiquement, la croissance exponentielle explose*.**

FONCTIONS

théorie en 30 secondes

Si l’on trouve assez précocement des fonctions dans les annales historiques, le concept moderne de la fonction mathématique apparaît tardivement. Dans sa forme la plus basique, une fonction est une relation créant une valeur de sortie unique pour une valeur d’entrée unique. Le symbole $f(x)$ est utilisé pour dénoter une fonction de la variable x. Par exemple, $f(x) = x^2$ est l’expression d’une fonction pour laquelle une valeur de sortie de 9 (3^2) est obtenue pour une valeur d’entrée de 3. Au XIVe siècle, le travail d’Oresme proposa l’idée de variables dépendantes et de variables indépendantes. Galilée bâtit des formules qui dressèrent un plan d’un ensemble de points vers un autre. Descartes introduisit le concept de construction d’une courbe à partir d’une expression algébrique. Le terme de « fonction » fut inventé par Leibniz, à la fin du XVIIe siècle. L’ensemble de toutes les entrées d’une fonction se nomme domaine, tandis que l’ensemble de toutes les sorties se nomme image. Les fonctions d’une seule variable (ou argument) sont souvent insérées dans l’utilisation des coordonnées cartésiennes, où x est l’abscisse (axe horizontal) et $f(x)$ est l’ordonnée (axe vertical). Par exemple, pour $f(x) = 2x + 3$, un graphique de f montrerait une droite formée de points dont les coordonnées (x ; y), satisfont cette équation. Ceci inclut (1 ; 5), puisque $5 = 2 \times 1 + 3$ et (2 ; 7) puisque $7 = 2 \times 2 + 3$. Les fonctions des deux variables peuvent être complétées avec $f(x, y)$ comme axe vertical et x-y en axe horizontal.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Une fonction mathématique est une relation qui associe chaque élément d’un ensemble avec un élément d’un autre ensemble.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

On emploie largement le concept de la fonction dans les sciences physiques et l’ingénierie. Dans ce cas, la fonction et ses arguments correspondent usuellement à des quantités physiques mesurables comme la température, le volume et

l’attraction gravitationnelle. Les fonctions sont utilisées aussi en sciences économiques et dans le business, où des variables peuvent être requises : temps, intérêt, profit, etc. En effet, étudier les relations fonctionnelles entre deux entités ou plus est au centre de la compréhension du processus mathématique de la nature et du business. Et aussi des travaux pour comprendre la population, pourquoi pas ?

THÉORIES LIÉES

EXPONENTIELLES & LOGARITHMES

L’ÉQUATION

LA TRIGONOMÉTRIE

GRAPHIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

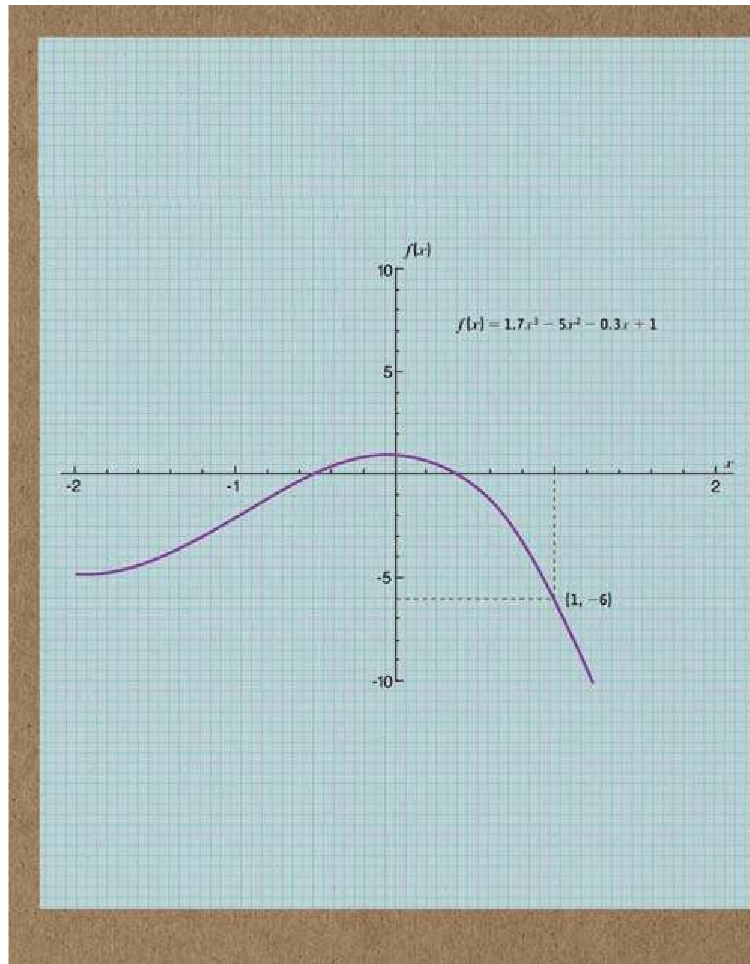
NICOLE D’ORESME
1320 env.-1382

RENÉ DESCARTES
1596–1650

GOTTFRIED LEIBNIZ
1646–1716

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***Lorsque toute valeur x est insérée dans l'équation 1,7x^3 − 5x^2 − 0,3x + 1, le résultat obtenu peut être levé sur un graphique, nous donnant une représentation visuelle de la fonction*.**

Ce diagramme montre la valeur de** f(x)* **sur l'intervalle [-2 ; 1,2]. Par exemple, à** *x* **= 1, le résultat est – 6. Un des points établissant la courbe est décrit par les coordonnées (1, – 6).

GOTTFRIED LEIBNIZ

Ce surdoué polymathe de la fin du XVIIe siècle et du début du XVIIIe, constitua une œuvre composée de traités, de notes, d'articles dans des revues savantes et de correspondances. Leibniz souffrit de l'anathème de l'initiateur. Cela se reflète dans sa carrure d'intellectuel. De nombreuses idées de Leibniz préfigurent la théorie et la pensée moderne en physique, technologie, biologie, médecine, géologie, psychologie, linguistique, politique, loi, théologie, histoire, philosophie et mathématiques. Il améliora la machine à calculer de Pascal (en anticipant sur les travaux de Babbage et Lovelace), développa la théorie binaire qui étaie la technologie numérique moderne, développa ce que nous connaissons sous le nom d'algèbre de Boole et la logique symbolique, esquissa les grandes lignes du concept de feedback qui inspira Norbert Wiener.

Enfant prodige et fils d'un professeur d'université, Leibniz connaissait le latin à l'âge de 12 ans, et atteint son diplôme de premier degré à 16. Puis, une fois diplômé en mathématiques, philosophie et droit, il évita l'Académie et rejoignit la Maison de Brunswick. Il vécut et travailla à Leipzig, Paris, Londres, Vienne et Hanovre. Il rencontra et correspondit avec les plus grands scientifiques et philosophes de son temps. Sa théorie philosophique probablement la plus connue est la monadologie (les monades étant les unités indivisibles les plus petites de la pensée philosophique). Malheureusement, à sa mort, ce grand intellectuel ne fut pas reconnu à sa juste valeur au point que sa tombe resta anonyme durant un demi-siècle. En 1711, surgit la controverse entre Leibniz et Newton sur le fait de savoir lequel des deux inventa le calcul infinitésimal. Elle n'est toujours pas close. Leibniz connaissait Newton, membre de la Royal Society, car il résida à Londres au même moment où ce dernier développait son calcul infinitésimal. Lorsque Leibniz proposa sa propre version, la plupart des mathématiciens soutinrent Newton en diffamant Leibniz. Que Leibniz ait volé ou non l'idée et la présenta comme la sienne, ou qu'ils parvinrent ensemble aux mêmes conclusions, en travaillant chacun de leur côté, ne sera jamais connu. Aujourd'hui, on leur octroie à tous deux la paternité de cette invention.

1 juillet 1646

Né à Leipzig

1662

Il devient bachelier *ès* arts de philosophie, à l’université de Leipzig

---

1664

Obtient le degré de maître en philosophie

1665

Il est bachelier *ès* arts en droit puis docteur

1673

Élu membre de la Royal Society. Appointé comme conseiller auprès du duc de Brunswick

---

November 1675

Achève sa découverte sur le calcul infinitésimal

1677

Appointé comme conseiller privé de la justice à la Maison de Brunswick

---

1684

Publie ses notes sur le calcul infinitésimal

1686

Publie *Discours de métaphysique*

1710

Publication des *Essais de Théodicée*

1711

Accusé de plagiat

1712–1714
Écrit *Monadologie*

---

14 November 1716
Meurt à Hanovre



CALCUL INFINITÉSIMAL

théorie en 30 secondes

De nombreuses spécialités scientifiques étudient les objets en mouvement et leur changement au cours du temps. Par exemple, lorsqu'une balle dévale une pente, sa position change. La vitesse de la balle est le taux du changement de sa position. Bien sûr, cela peut se modifier. On appelle accélération le taux du changement de la vitesse. La question est la suivante : si vous avez une formule mathématique décrivant la position de la balle, pouvez-vous calculer sa vitesse et son accélération ? Le problème géométrique démarre avec une ligne courbe sur le plan et détermine comment est l'inclinaison en tout point donné. Si la courbe est un graphique de la position de la balle contre le temps, alors sa pente représente la vitesse de la balle. Ceci avait été compris dès l'époque d'Archimède, mais on ne connaissait alors que des méthodes approximatives pour la calculer. À la fin du XVIIe siècle, Isaac Newton et Gottfried Leibniz développèrent chacun de leur côté le calcul infinitésimal, un ensemble magnifique de règles décrivant la pente des graphiques et les idées qui y sont reliées. Ce sujet se divisait en deux branches. En partant d'une courbe, un calcul infinitésimal différentiel vous donnera sa pente. Un calcul infinitésimal intégral décrit la zone bloquée au-dessous d'elle. Cependant, il s'agit de deux procédés opposés dénommés le théorème fondamental du calcul infinitésimal.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le calcul infinitésimal est une branche des mathématiques décrivant comment les systèmes et autres constructions mathématiques changent à travers le temps et l'espace.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La découverte du calcul infinitésimal par Newton et Leibniz est un des moments les plus importants de l'histoire des mathématiques. De la climatologie aux sciences économiques, de la mécanique quantique à la théorie de la relativité, il existe un immense champ d'applications des mathématiques au monde physique s'exprimant par les termes d'« équations différentielles », lesquelles sont

étudiées par le calcul infinitésimal. Les scientifiques et les mathématiciens doivent se mesurer à un immense défi technique lorsqu'ils doivent résoudre ces sortes d'équations.

THÉORIES LIÉES

L'ÉQUATION

GRAPHIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ARCHIMÈDE

c.287–212 BCE

ISAAC NEWTON

1643–1727

GOTTFRIED LEIBNIZ

1646–1716

AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY

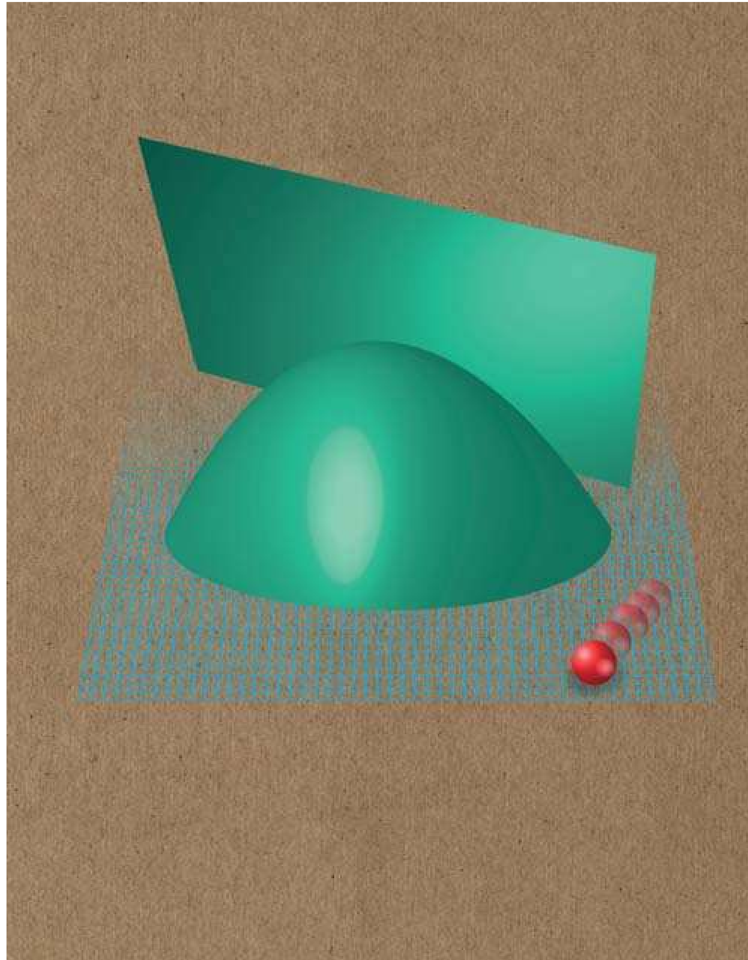
1789–1857

KARL WEIERSTRASS

1815–1897

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



D'une balle en mouvement, le calcul infinitésimal peut nous donner sa vitesse et son accélération. D'une colline, le calcul infinitésimal produit le plan tangent qui détermine la pente de cette colline.



LA CHANCE EST UNE BELLE CHOSE

LA CHANCE EST UNE BELLE CHOSE
GLOSSAIRE

cote La cote exprime la probabilité que quelque chose arrive en mesurant les modes d'arrivée, contre celles qui n'arriveraient pas. Si la probabilité qu'un événement survienne est p et sa probabilité qu'il ne survienne pas est $1 – p$, ainsi la « cote » en faveur de la survenue est $p/(1 – p)$. La « cote » contre la survenue est $(1 – p)/p$. Par exemple, la probabilité d'obtenir un 4 avec un dé standard est de 1/6. La probabilité de ne pas obtenir un 4 est 5/6. La « cote » en faveur d'un 4 sera alors de (1/6)/(5/6), ou 1/5. En utilisant la manière usuelle, nous devrions dire que la cote d'obtenir un 4 est de 1 : 5. La cote de ne pas obtenir un 4 est de 5 : 1. Cela signifie qu'il existe « cinq façons de perdre pour une de gagner ».

courbe en cloche Dans la théorie des probabilités, ce nom est donné pour décrire la forme d'un graphique lisse représentant une distribution standard normale. Le sommet de la courbe représente la moyenne ; d'elle descend deux côtés pentus, de formes égales, représentant toutes les variations possibles et tombant rapidement avant son aplatissement.

équilibre Dans la théorie des jeux, l'équilibre décrit le point dans un jeu où tous les joueurs emploient des stratégies qui garantissent qu'aucun joueur a une chance plus importante de gagner.

faux positif Nom donné à une erreur, par exemple dans un test médical. Les faux positifs apparaissent à cause de l'imprécision du protocole de tests entraînant une lecture ou un résultat positif, alors qu'en réalité la lecture ou le résultat devraient être négatifs. À cause de l'occurrence des faux positifs dans nombre de milieux ambiants testés, il est impossible de déterminer avec précision la probabilité de quelque chose ou de quelqu'un testé positif jusqu'à ce qu'il y ait suffisamment de données pour calculer la probabilité préalable (voir probabilité préalable et positif vrai).

fréquence Le nombre de fois qu'un événement spécifique survient pendant une période de temps ou un ensemble plus grand d'essais d'une expérience. Plus le nombre d'occurrences sera élevé, plus haute sera la fréquence.

probabilité La probabilité est une façon d'exprimer la vraisemblance qu'un événement spécifique survienne en le comparant contre tous les résultats possibles. C'est le taux du nombre de résultats désirés par rapport au nombre de résultats possibles qui est alors écrit comme un nombre entre 0 (zéro vraisemblance) et 1 (certitude). Par exemple, lorsque l'on pioche une carte dans un paquet complet, la probabilité de choisir le cœur est de 13/52 ou 1/4. Donc la probabilité d'avoir le cœur est de 0,25.

probabilité préalable En statistiques, la probabilité qu'un événement se produise avant une nouvelle donnée ou une évidence est testée afin de calculer d'autres probabilités. La probabilité préalable joue un rôle crucial dans le théorème de Bayes.

séquence binaire En informatique, une suite de 0 et de 1 représentant respectivement « off » (fermé) et « on » (ouvert). Les séquences binaires permettent de proposer des instructions à l'ordinateur.

théorème central limite (appelé aussi théorème de la limite centrale) Dans la théorie des probabilités, ce théorème établit que, si une variable également aléatoire, comme un coup de dés, est renouvelée un nombre de fois suffisant, la moyenne tendra vers la normale ; et les résultats, s'ils sont dressés sur un graphique, décriront une courbe en cloche.

vrai positif Un résultat positif exact obtenu, par exemple dans un test médical. Les vrais positifs diffèrent des faux positifs en ce que, vu qu'un vrai positif est vraiment exact, un faux positif et un résultat positif inexact qui survient à cause d'une inexactitude ou d'un insuccès dans le protocole de test. Voir faux positif.

THÉORIE DES JEUX

théorie en 30 secondes

Depuis des millénaires, toutes les civilisations ont adoré les jeux de stratégie, du morpion aux échecs, en passant par les dames. Certains d'entre eux sont plus faciles que d'autres. Par exemple, au morpion, il est aisé de formuler une bonne stratégie. Avec un peu de pratique, vous ne devriez jamais perdre. La théorie des jeux est l'étude mathématique de ces stratégies. Prenez un jeu comme « ciseaux, papier, pierre ». Quelle est la stratégie la meilleure pour gagner ? Si vous décidez de jouer ciseaux plus souvent que papier ou pierre, votre adversaire peut exploiter cela en augmentant le nombre de fois qu'il joue pierre. À moins que vous ne découvriez une tactique chez lui, la meilleure stratégie à long terme est de piocher à chaque fois parmi les trois options et ce, de façon aléatoire. En jouant ainsi, vous gagnerez, perdrez ou serez à égalité. C'est ce que l'on appelle l'« équilibre » du jeu, puisque si les deux joueurs agissent de même, personne ne gagnera plus que l'autre. Une pièce maîtresse de la théorie des jeux est la garantie, prouvée par John Nash, qu'une variété énorme de jeux possédent un équilibre.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Les stratégies utilisées dans les échecs peuvent être analysées du point de vue mathématique. Elles apparaissent dans une large gamme de sujets scientifiques.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La théorie des jeux s'est déplacée au-delà de l'étude des jeux, avec des applications concernant aussi bien la science politique que l'intelligence artificielle. Mais les jeux posent encore des défis. En 2007, le professeur canadien Jonathan Schaeffer et ses collègues développèrent une stratégie infaillible du jeu de dames. Leur programme ne perdait jamais. Alors que les ordinateurs peuvent battre aux échecs leurs adversaires humains, une stratégie parfaite comme celle des dames reste un lointain rêve. L'obstacle réside dans les myriades de façons de jouer aux échecs que l'on peut développer, plus nombreuses que les atomes dans l'univers.

THÉORIES LIÉES

LA LOI DES GRANDS NOMBRES

LES IDÉES FAUSSES DU JOUEUR – LOI DES PROBABILITÉS

LES IDÉES FAUSSES DU JOUEUR – DOUBLEMENT

THÉOREME DE BAYES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

JOHN VON NEUMANN

1903–1957

CLAUDE SHANNON

1916–2001

JOHN NASH

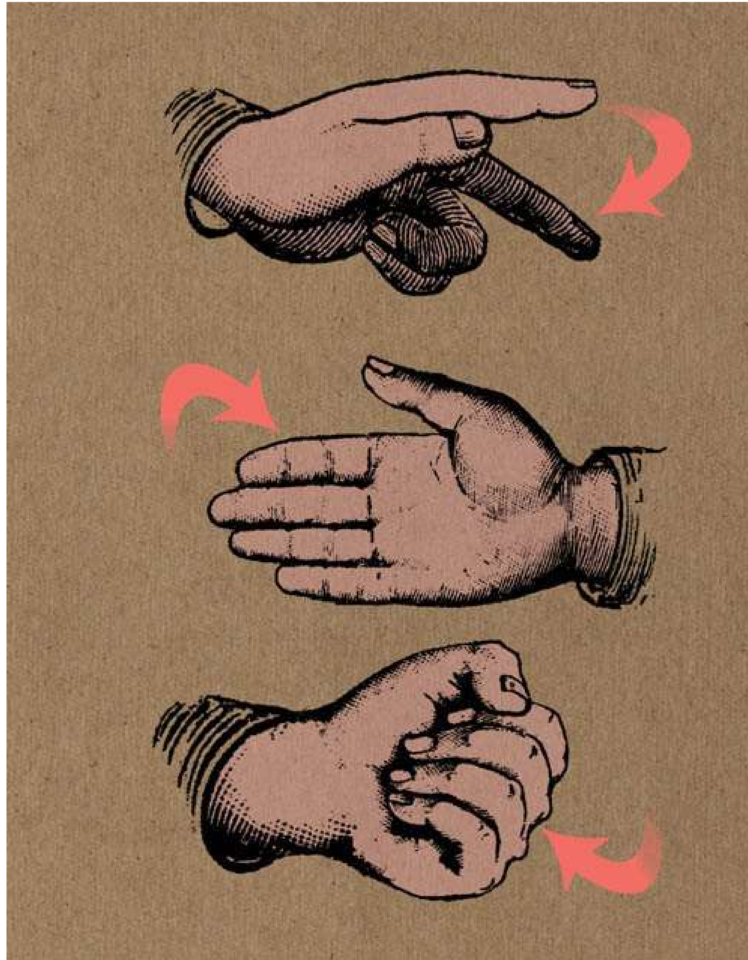
1928–

JOHN CONWAY

1937–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Ciseaux, papier, pierre : avez-vous une stratégie ? Les mathématiciens, oui*.**

CALCULER LA COTE

théorie en 30 secondes

Si vous jetez un dé, la cote d'obtention d'un 6 est de « 5 contre 1 ». Cela signifie qu'il y a au total six résultats, tous également probables. Cinq seront infructueux ; un sera gagnant. Un mathématicien exprimera la même idée par une fraction, en affirmant que la « probabilité » d'obtenir 6 est de 1/6. Un résultat gagnant pour six possibilités au total. De même, la cote de tirer l'as de pique d'un jeu de cartes complet est de 51 contre 1, ou 1/52. Aussi longtemps que les résultats sont probables à égalité (que les dés ou les cartes sont neutres), cette cote peut être calculée en comptant les résultats heureux et malheureux. La science des probabilités attribue des nombres aux événements, dans le but de décrire leur vraisemblance de survenue. Ces nombres se situent toujours entre 0 et 1, avec 0 correspondant aux événements impossibles et 1 aux certains. Les événements improbables ont des probabilités basses : si vous jetez dix fois une pièce, la chance d'obtenir dix piles est de 1/1024 (1023 contre 1). D'un autre point de vue, les événements probables ont de hautes probabilités (et de bonnes cotes) : si vous piochez une carte dans un paquet, la chance d'éviter l'as de pique est de 51/52 (ou 1 contre 51). Bon pari, non ?

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

On peut mesurer sur une échelle les événements probables et improbables. Dans le langage des bookmakers ce sont des cotes, dans celui des mathématiciens des probabilités.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les bookmakers offrent plus de cotes (et plus d'argent) sur des événements dont la survenue est improbable. C'est pourquoi ils utilisent le mot « contre ». Une forte cote signifie que l'événement est improbable ; soyez prudent en pariant sur un cheval à 40 contre 1 : personne d'autre ne pense qu'il sera gagnant. C'est possible mais sa probabilité de gagner est de 1/41. D'un autre côté, une faible cote comme 2 contre 3, aide à définir le favori (3/5 de probabilité qu'il soit le gagnant). Le paiement sera faible, mais au moins vous aurez « joué un coup

presque sûr ».

THÉORIES LIÉES

LA LOI DES GRANDS NOMBRES

L'IDÉE FAUSSE DU JOUEUR – LOI DES PROBABILITÉS

L'ALÉATOIRE

THÉORÈME DE BAYES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PIERRE DE FERMAT
1601–1665

BLAISE PASCAL
1623–1662

CHRISTIAAN HUYGENS
1629–1695

ANDREY KOLMOGOROV
1903–1987

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Lorsque vous jetez un dé, la vraisemblance d'obtenir un nombre impair est de 3/6, donc la cote est de 1 contre 1 ou « pari avec enjeu égal » – trois possibilités de perdre et trois possibilités de gagner*.**

GIROLAMO CARDANO

Cardano fut l'incarnation de l'homme de la Renaissance : médecin, mathématicien, géologue, spécialiste des sciences naturelles, alchimiste, astrologue, astronome, inventeur (à l'exception de l'art). Il se montra aussi le miroir noir de Leonardo da Vinci, un ami de sa famille avec qui il collabora parfois (ses détracteurs affirment qu'il le plagia). Tous deux furent les fils illégitimes d'hommes de loi, tous deux montrèrent un talent exceptionnel. Vinci connut la gloire et la renommée, tandis que Cardano, à cause de sa personnalité désagréable et ses critiques permanentes, n'eut pas cette chance. Bien que fort demandé pour son intelligence, il était détesté partout où il se rendait.

La médecine fut sa première carrière. Il fut un excellent clinicien, consulté par les plus grands, bien que méprisant ses collègues. Manquant de compassion envers les malades, sa pratique médicale à Sacco ne s'épanouit pas, bien qu'on le compara plus tard à Vesalius. Il devint professeur de médecine à l'université de Pavie, son alma mater.

Puis, il s'intéressa aux mathématiques, qu'il avait étudiées avec son père. Il fut l'auteur de deux ouvrages dont l'un, *Ars magna* (1545), est un texte-clef de la Renaissance relatif au sujet des équations du troisième degré et du quatrième degré (voir ici). De nouveau, il alla au devant des polémiques. Il publia la preuve de la résolution des équations du troisième degré de Niccolò Tartaglia, qui la lui avait expliquée contre la promesse qu'il se tairait pendant six ans. Découvrant que Tartaglia n'avait pas dit toute la vérité, Cardano prit les devants et rendit public le procédé : il s'attira de nombreux ennemis dont Tartaglia. 1560 fut l'année du désastre. Alors que sa carrière médicale se réveillait, son fils aîné assassina son épouse adultère. Il passa devant la justice et fut condamné à mort. Cet événement dévasta Cardano et le ruina professionnellement. Il emménagea à Rome, dépouillé de ses titres de professeur. Puis il fut emprisonné brièvement pour hérésie car il avait dressé l'horoscope de Jésus-Christ.

Durant sa carrière si controversée, Cardano souffrait d'une addiction aux jeux d'argent : il était si bon, qu'il finit par rédiger un livre, *Liber de Ludo* (« Livre du jeu de hasard »), le premier ouvrage à traiter des probabilités en termes mathématiques. Il se base sur ce qui survient lorsque l'on fait rouler les dés. Certains puristes s'en moquent mais il a encore les faveurs des joueurs et des

patrons de casinos car il contient une section sur la tricherie. Après une longue vie chaotique, Cardano mourut le 21 septembre 1576. On raconte qu'il prédit le jour de sa mort. Mais on dit aussi qu'il se suicida au moment prévu dans le but de prouver qu'il avait raison.

1501
Né le 24 septembre, à Pavie, en Italie

1520
Engagé à l'université de Pavie

1525
Obtient son doctorat en médecine (université de Pavie) ; sollicite son entrée au Collège de médecine de Milan mais en est rejeté en 1539

1526
Rédige *Liber de ludo aleae* (« Livre du jeu de hasard »), publié à titre posthume en 1663

1536
Écrit *De malo recentiorum medicorum usu libellus* (sur la médecine)

1539
Écrit *Practica arithmetice et mensurandi singularis* (sur les mathématiques)

1545
Écrit *Artis magnae, sive de regulis algebraicis*, ou : *Ars magna* (« Le grand art ou les règles algébriques »)

1545
Dresse l'horoscope de Jésus-Christ, qu'il publie

1550
Invente la grille de Cardan, une méthode de cryptographie

1570
Accusé d’hérésie

1570
Écrit *Opus novum de proportionibus* (sur la mécanique)

1576
Meurt le 21 septembre à Rome

1576
De vita propria (autobiographie) publiée à son décès



LA LOI DES GRANDS NOMBRES

théorie en 30 secondes

Faites l’expérience des résultats chanceux en jetant un ballon dans un panier de basket-ball ou en lançant une pièce de monnaie. Répétez autant de fois que vous le désirez. La probabilité de faire une série de pile est petite : un événement improbable comme celui-ci survient une fois de temps en temps. Mais, à long terme, le pourcentage de l’occurrence des côtés pile reviendra à sa probabilité d’occurrence. C’est ce que l’on appelle la loi des grands nombres. Il s’agit du principe que, à long terme, la probabilité qu’un événement survienne détermine son éventuelle fréquence de venue. La loi des grands nombres ne se restreint pas aux événements chanceux. Disons que vous désireriez connaître la taille moyenne des femmes vivant en France. En étudiant une large population, plus grand sera l’échantillon, meilleure sera la moyenne de l’échantillon représentant la moyenne de la population. La précision de votre estimation d’une moyenne augmentera seulement avec la racine carrée de la taille de l’échantillon. Et, pour une bonne estimation, vous aurez besoin d’un échantillon plus grand lorsque ce que vous êtes en train de mesurer aura une variabilité plus élevée. Cette loi nous assure qu’avec suffisamment de données, nous pourrons toujours obtenir une estimation aussi exacte que celle dont nous aurons besoin.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Avec suffisamment d’essais, la fréquence d’un événement chanceux est très proche de la probabilité de sa survenue.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La première étape significative de la démonstration d’une relation entre la probabilité et la fréquence est due à Jacob Bernoulli en 1713. Ses travaux furent étayés, 150 ans plus tard, par ceux d’Irénée-Jules Bienaymé et de Pafnuty Tchebychev. Et, cerise sur le gâteau, le fait que les estimations seraient aussi bonnes que nous le désirerions, vient de Émile Borel en 1909.

THÉORIES LIÉES

L’IDÉE FAUSSE DU JOUEUR – LA LOI DES PROBABILITÉS

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

JACOB BERNOULLI

1654–1705

IRÉNÉE-JULES BIENAYMÉ

1796–1878

PAFNUTY CHEBYCHEV

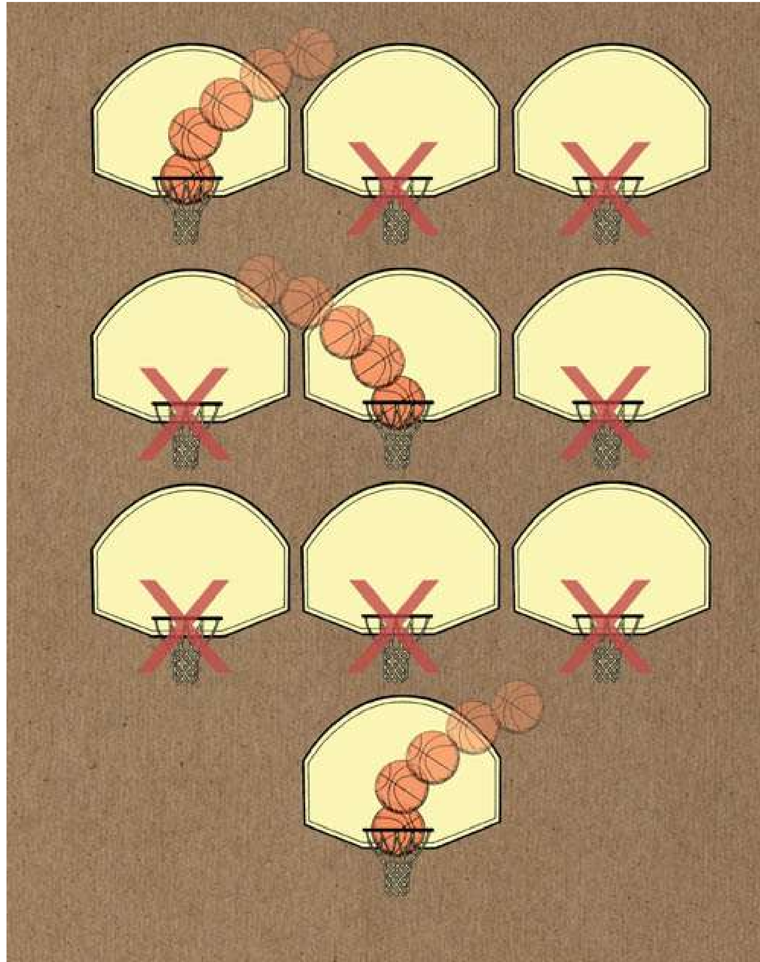
1821–1894

ÉMILE BOREL

1871–1956

TEXTE EN 30 SECONDES

John Haigh



***Quelles sont les chances de faire 3 paniers sur 10 pendant une période de temps donné ? À long terme, passablement les mêmes*.**

L’IDÉE FAUSSE DU JOUEUR – LOI DES PROBABILITÉS

théorie en 30 secondes

Quand une série de dix lancés de pièces de monnaie vous donne à chaque fois un résultat pile, il est tentant de penser que, la prochaine fois, le résultat sera probablement face. Les gens disent : « La loi des probabilités indique que pile ou face sont à égalité, face peut rattraper le coup. » Absurdité ! Peu importe les résultats précédents, les chances que pile ou face tombent la prochaine fois sont à égalité à 50 %. Il en est de même avec la roulette ou la loterie. Le fait que zéro n’apparaisse pas pendant 100 tours n’augmente pas la chance qu’il arrivera la prochaine fois. Dans la loterie italienne, le 53 n’est pas apparu pendant deux ans. Cela provoqua des faillites et des suicides. Les pièces de monnaie, le plateau tournant de la roulette et les boules de la loterie sont des objets inanimés qui n’ont pas la possibilité de garder en mémoire les résultats précédents et donc d’en ajuster la fréquence. Les fréquences se déterminent à long terme à leurs différentes probabilités : et cela peut prendre beaucoup de temps ! Toute authentique « loi des probabilités » est strictement une paraphrase de la loi des grands nombres et ne peut être utilisée pour que les résultats du passé influencent ceux du futur immédiat.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Dans les jeux de chance, faire usage de performances antérieures pour parier à l’avenir est une stratégie perdante.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

À chaque essai, pièces de monnaie, dés et roulette ont des résultats également probables. Des essais improbables peuvent survenir : dix « pile » d’affilée, douze « 7 », aucun nombre au-dessus de « 30 » parmi les 20 rotations, etc. Il existe tant de choses « rares » pouvant arriver que certaines peuvent survenir (« les événements rares apparaissent souvent ! »). Mais ils ne peuvent en aucune façon affecter nos performances futures ou nos prédictions.

THÉORIES LIÉES

LA LOI DES GRANDS NOMBRES

L’IDÉE FAUSSE DU JOUEUR – DOUBLEMENT

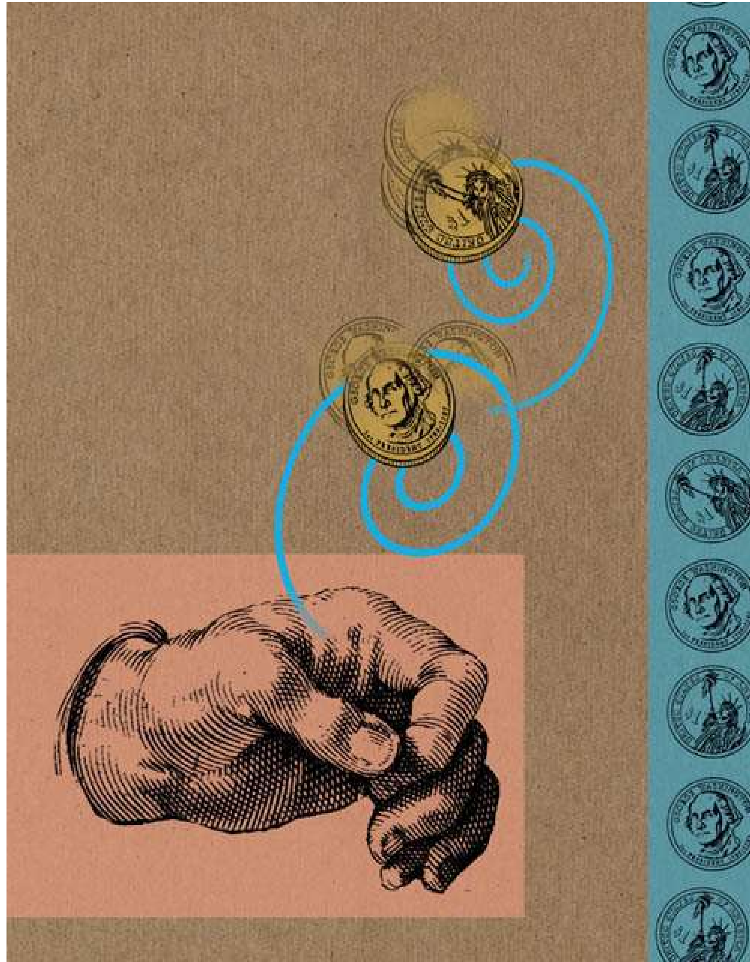
BIOGRAPHIE EN 3 SECONDES

GIROLAMO CARDANO

1501–1576

TEXTE EN 30 SECONDES

John Haigh



***À chaque fois que vous jetez une pièce de monnaie, les chances d'obtenir pile ou face restent les mêmes : même si vous obtenez plusieurs pile ou face consécutifs*.**

L’IDÉE FAUSSE DU JOUEUR – DOUBLEMENT

théorie en 30 secondes

Une roulette européenne est divisée en 37 cases, 18 rouges et 18 noires. Une est de couleur verte : le 0. Les paris sur le rouge ou le noir payent à enjeu égal. Mettons qu’un joueur se résout à parier toujours sur le rouge puis double sa mise après une perte. Puisque la chance de rouge est non-zéro à chaque tournoiement, il est inévitable que le rouge surgisse parfois ; peut-être que le premier rouge arrivera à la quatrième tentative : il a des pertes de 1, 2 et 4 (total 7), puis un profit de 8, résultant d’un profit net de 1 unité. Cette unité 1 de profit arrive toujours, peu importe combien de temps il faudra pour que le premier rouge arrive. Le joueur argumentera qu’il gagne 1 unité chaque fois que le rouge apparaît. Malheureusement pour le joueur, c’est faux. Tous les casinos imposent un enjeu maximum, en général 100 fois le minimum. Ainsi, après sept pertes de valeur 1, 2, 4, 8 16, 32, 64 (total 127), les règles du casino empêchent l’enjeu demandé de 128 unités, même si le joueur possède le capital nécessaire pour faire le pari ! Le joueur peut utiliser ce système et gagner 1 unité plusieurs fois, mais il est inévitable qu’à certaines étapes la valeur que la mise de son système demande ne soit pas permise ; ses pertes liquideront ses gains.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

À la roulette, doubler vos mises après chaque perte sur un pari noir/rouge est une stratégie perdante et non gagnante.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les roulettes américaines ont un « double zéro » en plus, mais le versement de la cote est le même. Dans un cas comme dans l’autre, l’avantage du casino sur un pari est petit, mais réel. Afin de triompher de cet avantage, il n’existe aucune façon de combiner des différents paris sur un tournoiement, ou de combiner des paris sur différentes rotations. Si le plateau de la roulette est intact, avec tous les résultats aléatoires à chaque fois et qu’un maximum de mises est imposé, à long terme, le joueur perdra.

THÉORIES LIÉES

LA LOI DES GRANDS NOMBRES

L’IDÉEE FAUSSE DU JOUEUR – LA LOI DES PROBABILITÉS

BIOGRAPHIE EN 3 SECONDES

GIROLAMO CARDANO

1501–1576

TEXTE EN 30 SECONDES

John Haigh



***Ne pariez pas en doublant votre mise : c’est un jeu perdu*.**

L’ALÉATOIRE

théorie en 30 secondes

Imaginez deux longues séquences de pile (P) et de face (F), chacune commençant par PPFPFP… Une est véritablement aléatoire : le résultat d’un lancé répétitif d’une pièce de monnaie neutre. L’autre ne l’est pas : elle est soigneusement choisie par une personne. Existe-t-il une façon de dire laquelle l’est, laquelle ne l’est pas ? Un simple test dit, qu’à long terme, pile et face apparaîtront souvent à égalité dans une séquence aléatoire. Mais cela n’est pas suffisant. Il se pourrait que chaque paire de résultats apparaissent (PP, PF, FP et FF), en moyenne, à égalité aussi souvent que chaque autre. Et pareillement pour chaque séquence triple, quadruple ou plus longue. Mais toutes ne sont pas suffisantes, puisqu’il est encore possible de rencontrer ces conditions artificiellement. La séquence la plus simple est PPPPPP… Elle est manifestement non aléatoire. Mais il y a un autre paramètre : elle peut être facilement compressée. La phrase « un million de pile » décrit cette séquence très succinctement et permet à quiconque de la communiquer et de la recréer avec une exactitude parfaite. Les séquences vraiment aléatoires ne peuvent pas être compressées du tout. La seule façon de communiquer une séquence aléatoire à quelqu’un d’autre est de l’écrire en entier. Il s’agit d’une découverte importante et récente : l’aléatoire et l’incompressibilité sont essentiellement la même chose.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Ce qui est aléatoire est un point central de la science, mais bien difficile à déceler mathématiquement.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Internet fonctionne sur une séquence binaire : longues suites de valeur 0 et de valeur 1 que les ordinateurs peuvent traduire dans tous les programmes et fichiers que nous souhaitons utiliser. Pour une efficacité maximum, ces suites sont compressées autant que possible en utilisant un logiciel de compression de fichiers. Lorsqu’une série a été compressée, en en dépouillant tout modèle

prédictif ou répétitif, elle est devenue non distinguable d’une séquence purement aléatoire. L’information parfaitement compressée est ainsi mathématiquement identique à ce qui est aléatoire.

THÉORIES LIÉES

LA LOI DES GRANDS NOMBRES

THÉORÈME DE BAYES

ALGORITHMES

THÉORÈME D’INCOMPLÉTUDE DE GÖDEL

BIOGRAPHIE EN 3 SECONDES

EMILE BOREL
1871–1956

ANDREY KOLMOGOROV
1903–1987

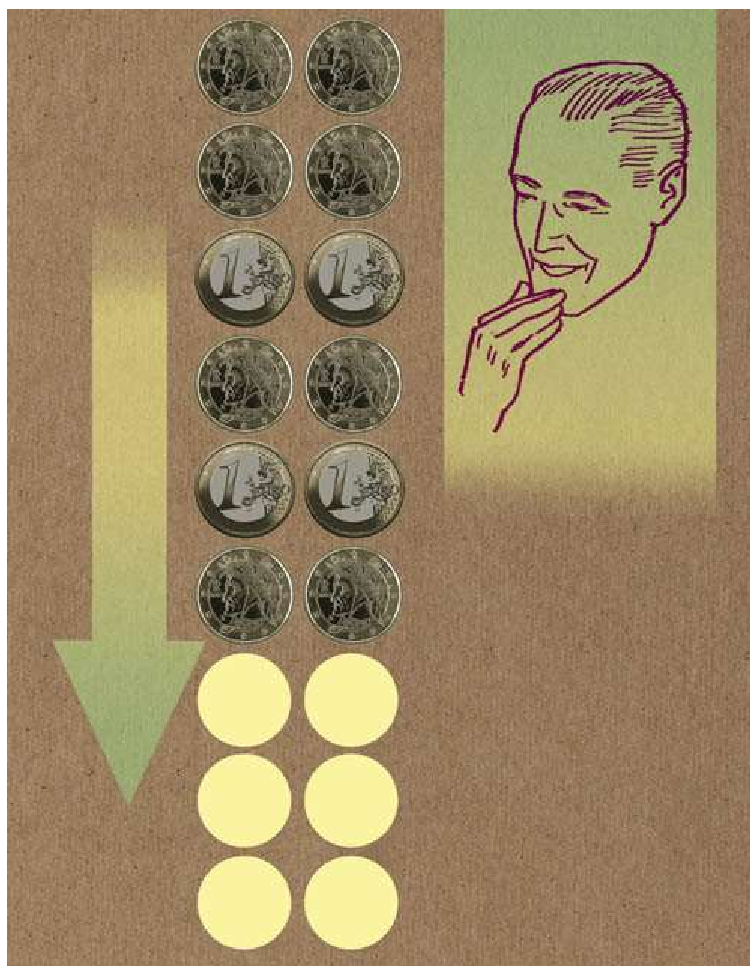
RAY SOLOMONOFF
1926–2009

GREGORY CHAITIN
1947–

LEONID LEVIN
1948–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Quelle séquence est aléatoire ? Même les mathématiciens ne peuvent répondre*.**

LE THEORÈME DE BAYES

théorie en 30 secondes

Supposez qu'un test pour une certaine maladie soit exact à 90 %. Maintenant, imaginez que Bob, choisi au hasard, soit testé positif. Quelle est la probabilité pour que Bob soit réellement malade ? Vous ne pouvez répondre à cette question ! Vous avez besoin d'une information complémentaire, c'est-à-dire de savoir si la maladie est courante. Vous avez besoin de connaître la probabilité préalable qu'une personne choisie au hasard soit malade. Supposons que 1 % de la population ait la maladie. Le théorème de Bayes nous indique comment trouver la probabilité d'avoir une maladie donnée, avec un test positif. Dans un groupe de 1 000 individus, une moyenne de 10 aura la maladie (1 %) et 9 seront testés positifs (vrais positifs). Le reste 990 n'a pas la maladie et 10 % d'entre eux, ou 99, resteront testés positifs (« faux positifs »). Les faux positifs surpassent en nombre les vrais positifs par 99 contre 9, ainsi la cote sera de 11 : 1 contre Bob ayant la maladie. Un événement peu probable reste peu probable en dépit de l'évidence produite par le test exact !

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le théorème de Bayes vous aide à trouver la probabilité qu'un événement donne toutes les évidences, mais seulement si vous connaissez la « probabilité préalable » de l'événement.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Le nom du révérend Thomas Bayes, un presbytérien de l'Angleterre du XVIIIe siècle, a donné son nom au théorème de Bayes. Son travail ne fut publié que sept ans après sa mort. Le théorème de Bayes soulève les questions philosophiques sur la véritable nature des probabilités. En particulier, l'apparition de la « probabilité préalable » dans le théorème de Bayes suggère que vous ne pouvez significativement assigner des probabilités à un événement sans d'abord faire des essais répétés afin de déterminer la fréquence de l'événement.

THÉORIES LIÉES

CALCULER LA COTE

L’IDÉE FAUSSE DU JOUEUR – LOI DES PROBABILITÉS

L’ALÉATOIRE

BIOGRAPHIE EN 3 SECONDES

THOMAS BAYES

1702 env.-1761

TEXTE EN 30 SECONDES

Jamie Pommersheim



***La cote qu'un événement survienne est le taux du nombre de vrais positifs (9) par rapport aux nombres de faux positifs (99)*.**



ALGÈBRE & ABSTRACTION

ALGÈBRE & ABSTRACTION
GLOSSAIRE

associative Propriété d'une opération sur des nombres : quand une expression implique deux occurrences ou plus de cette opération, l'ordre dans lequel l'opération s'effectue n'a pas d'importance. Par exemple, une multiplication de nombres est associative puisque $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

coefficient Un nombre utilisé pour multiplier une variable ; dans l'expression $4x = 8$, 4 est le coefficient, x est la variable. À la place de nombres usuels, on peut utiliser des symboles comme a pour représenter les coefficients. Les coefficients sans variable s'appellent coefficients constants ou termes constants.

commutative Propriété d'une opération sur des nombres : quand l'ordre est inversé, le résultat est identique. Par exemple, la multiplication des nombres est commutative puisque $3 \times 5 = 5 \times 3$.

constante Un nombre, lettre ou symbole qui représente une valeur fixe. Par exemple, dans l'équation $3x - 8 = 4$, 3 est le coefficient, x est la variable, tandis que 8 et 4 sont les constantes.

entier Tout nombre entier qui est un nombre de comptage 1, 2, 3, 4, 5, etc., 0, ou les nombres entiers négatifs.

équation différentielle Une équation impliquant une fonction inconnue et certaines de ses dérivées. Les équations différentielles sont les outils de base utilisés par les scientifiques pour modeler, en physique et en ingénierie, les processus physiques et mécaniques.

exposant Le nombre de fois par lequel un autre nombre, connu comme le nombre de base, se multiplie par lui-même. Dans l'expression $4^3 = 64$, l'exposant est 3 et la base est 4. L'exposant est aussi connu sous le nom de puissance.

géométrie algébrique Branche des mathématiques qui combine la géométrie avec l'algèbre ; ceci implique l'étude des formes géométriques créées à partir de

graphiques de solutions aux équations polynomiales algébriques.

identité Un élément dans un ensemble qui, combiné avec un autre élément dans une opération binaire, a pour résultat le second élément restant le même. Par exemple, dans l'ensemble d'entiers positifs où l'opération est l'addition, l'identité est 0. Dans le même ensemble où l'opération est une multiplication, l'identité est 1.

intersection Dans la théorie des ensembles, nom de l'ensemble contenant seulement les éléments communs à deux (ou plus) autres ensembles. Par exemple, dans deux ensembles A et B donnés, l'intersection décrit l'ensemble des entités qui appartiennent précisément à la fois à A et à B.

nombre réel Tout nombre exprimant une quantité sur une droite des réels ou continuum. Les nombres réels incluent tous les nombres rationnels (nombres pouvant être exprimer comme un taux ou une fraction, incluant les entiers positifs et négatifs et les décimaux), les nombres irrationnels (ces nombres qui ne peuvent être écrits comme une fraction, comme $\sqrt{2}$), et les nombres transcendants (comme π).

opération Tout ensemble formel de règles qui produit une nouvelle valeur pour toute valeur d'entrée ou ensemble de valeurs. Les quatre opérations les plus courantes en arithmétique sont : l'addition, la multiplication, la soustraction, la division.

opération inverse Opération qui inverse l'effet d'une autre opération. Par exemple, l'inverse d'une addition est la soustraction, et vice versa, tandis que l'inverse de la multiplication est la division, et vice versa.

polynôme Expression utilisant des nombres et des variables, permettant seulement l'addition, la multiplication et les exposants entiers positifs, par exemple x^2 (voir aussi Équations polynomiales).

polynôme quintique Équation polynomiale dans laquelle l'exposant le plus haut de l'occurrence d'une variable est 5.

propriété Une caractéristique ou un attribut pouvant être appliqué à une entité. Les propriétés n'ont pas à être physiques en nature ; par exemple les nombres 2,

4, 6, 8 partagent la propriété d’être des nombres pairs.

théorème d’incomplétude Théorème proposé par Kurt Gödel dans lequel il établit que tout système de règles mathématiques incluant des règles d’arithmétique ne peut être complet. Cela signifie qu’il y aura toujours des énoncés mathématiques qui ne peuvent être prouvés ou réfutés en utilisant juste les règles du système.

variable Une quantité pouvant changer sa valeur numérique. Les variables sont souvent exprimées par des lettres comme x ou y, et sont souvent utilisées comme espaces réservés dans des expressions et des équations telles que $3x = 6$, où 3 est le coefficient, x la variable et 6 la constante.

L'ESPACE RÉSERVÉ VARIABLE

théorie en 30 secondes

Les scientifiques sont toujours en train de discuter des nombres, mais ils veulent souvent agir sans définir exactement leurs valeurs exactes. Par exemple, disons que, dans une pièce, il y ait deux fois autant d'hommes que de femmes. Il est possible d'exprimer cette relation entre les deux nombres sans connaître leurs valeurs, en utilisant un symbole d'espace réservé tel que x. Si le nombre d'hommes (encore inconnu) dans la pièce est x, alors le nombre de femmes est 2 fois x (abrégé en général par $2x$). Plus tard, si nous établissons que $x = 7$, nous pouvons alors substituer cette valeur dans le but d'obtenir le nombre de femmes : $2x = 14$. Cette approche abstraite et algébrique est utile en sciences. Si une voiture voyage à une vitesse constante v, sur une distance d, pendant un temps t, alors une certaine relation existe entre les nombres v, d et t, quelles que soient leurs valeurs spécifiques. À savoir, la vitesse doit être égale à la distance divisée par le temps : $v = d/t$. Ceci est une loi générale, mais, substituée en valeur numérique, elle admet des calculs dans des cas spécifiques. Si nous découvrons postérieurement deux des valeurs (par exemple $d = 10$ et $t = 2$) nous pouvons utiliser cette formule pour trouver la troisième ($v = 10/2 = 5$).

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

En algèbre, les symboles tels que x et y sont utilisés pour représenter des nombres inconnus, ou des quantités dont les valeurs peuvent changer.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Au sein des mathématiques, l'algèbre admet des lois générales pour exprimer des nombres. Par exemple, démarrez avec deux nombres : 4 et 5. Puis multipliez chacun d'entre eux avec un troisième nombre, 3, donnant 12 et 15. Puis, additionnez les résultats : 27. Cela produit la même réponse en ajoutant ensemble les deux nombres originaux (4 + 5 = 9) puis en multipliant par le troisième (9 × 3 = 27). Cela est vrai pour tous les trois nombres initiaux. Cette loi peut s'exprimer ainsi sous cette forme algébrique : $(x + y)z = xz + yz$.

THÉORIES LIÉES
L'ÉQUATION

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES
DIOPHANTE D'ALEXANDRIE
200 env.–284

ABU 'ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI
770 env.-850

ABU KAMIL SHUJA
850 env.-930

OMAR KHAYYAM
1048–1131

BHASKARA
1114–1185

TEXTE EN 30 SECONDES
Richard Elwes



***En algèbre**, x **indique l’endroit où vous avez un nombre inconnu**.*

L’ÉQUATION

théorie en 30 secondes

En mathématiques, le symbole le plus important est =. Ceci affirme que deux quantités sont égales de chaque côté. Une équation est une expression de cette forme. Bien sûr, les équations évidentes comme 7 = 7 sont plutôt inintéressantes. Mais les équations peuvent êtres informatives quand l’égalité est moins immédiate. Un exemple célèbre est $E = Mc^2$, l’équation en physique qui affirme que l’énergie (E) contenue à l’intérieur d’un objet est égale à sa masse (M) multipliée deux fois par la vitesse de la lumière (c). En physique, beaucoup de lois fondamentales prennent la forme d’équations. Un type courant d’équation implique un nombre inconnu. Si x est un nombre tel que $2x + 1 = 9$, on peut dire que « 2 fois x plus 1 égal 9 » : cette équation contient suffisamment d’information pour définir exactement x. Il y a une seule valeur possible de x, si cette équation est vraie. Avec toute équation, la règle primaire est : « toujours faire la même chose des deux côtés, dans le but de la garder vraie. » Ainsi, si vous désirez soustraire 1 d’un côté, vous devez le faire des deux côtés : $2x = 8$. De même, lorsque l’on divise un côté par 2, vous devez agir pareillement des deux côtés : $x = 4$. C’est maintenant la « solution » à l’équation originale.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Chaque fois que l’on affirme que deux quantités sont égales, nous avons une équation. La plupart des expressions scientifiques prennent cette forme.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les équations n’affirment pas seulement que les nombres sont égaux les uns aux autres, mais elles peuvent traiter de sujets plus sophistiqués. Les « équations différentielles » disent que deux quantités géométriques différentes sont en réalité les mêmes. L’« équation de champ d’Einstein », dans la relativité générale, dit que la façon dont la matière se meut dans un endroit de l’espace est égale à la façon dont l’espace lui-même est courbé. Comprendre la géométrie de l’univers implique de résoudre cette équation.

THÉORIES LIÉES

CALCUL DIFFÉRENTIEL

L'ESPACE RÉSERVÉ VARIABLE

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

EUCLIDE
325 env.-265 env. av. J.-C.

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE
200 env.-284

ABU 'ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI
770 env.-850

ABU BEKR IBN MUHAMMAD IBN AL-HUSAYN AL-KARAJI
953 env.-1029

ALBERT EINSTEIN
1879–1955

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes

Toutes choses étant égales, la science est faite à partir des équations, de l’arithmétique du jardin d’enfants à la théorie de la relativité.

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

théorie en 30 secondes

Les élèves qui étudient l'algèbre résolvent les équations telles que $3x^2 + 5x - 1 = 0$. Ceci est un exemple d'une équation polynomiale, laquelle, par définition, implique une somme de termes (par exemple, $3x^2$) où une variable (par exemple x) est élevée à la puissance d'entier positif (dans le cas 2). L'équation ci-dessus est une équation du second degré (ou quadratique), puisque l'exposant le plus élevé est 2 (c'est-à-dire le nombre fois que le nombre de base est multiplié par lui-même). Les opérations plus épineuses – impliquant les exposants fractionnaires, les fonctions exponentielles et trigonométriques – ne sont pas admises dans un polynôme, renvoyant les polynômes aux plus basiques de toutes les équations. Les méthodes pour résoudre les polynômes quadratiques (trouvant des valeurs pour la variable rendant l'équation cohérente) furent indépendamment découvertes dans les anciens temps et dans plusieurs parties du globe. La culmination de ces efforts fut la formule quadratique, qui permet plus facilement de trouver les solutions exactes. Une solution complète des équations cubiques (degré 3 – où l'exposant le plus haut est 3) et quartique (degré 4) devront attendre l'Italie du XVIe siècle, quand les mathématiciens trouvèrent des formules similaires aux formules quadratiques (plus compliquées toutefois). La recherche de formule quintique (degré 5) sera finalisée 200 ans plus tard quand Niels Abel prouva un des premiers grands résultats négatifs en mathématiques : il n'y a pas de formule générale pour résoudre une équation de degré 5 ou équation polynomiale plus haute !

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Ce sont les formules que vous obtenez en utilisant des nombres et des variables, permettant seulement l'addition, la multiplication et les exposants d'entier positif (tels que x^2).

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Passionnés de géométrie, les anciens Grecs résolurent les équations quadratiques

(équations du second degré) en intersectant les lignes et les cercles construits avec une règle graduée et un compas. La géométrie des formes définie par des équations polynomiales dans plus qu'une variable, connue comme *géométrie algébrique*, est un domaine central de la recherche mathématique courante. En science, le paraboloïde, obtenu par l'équation polynomiale à 3 variables $z = x^2 + y^2$, définit une forme utile pour les antennes paraboliques et les phares des voitures.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

FONCTIONS

L'ESPACE RÉSERVÉ VARIABLE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

NICCOLÒ TARTAGLIA
1499/1500–1557

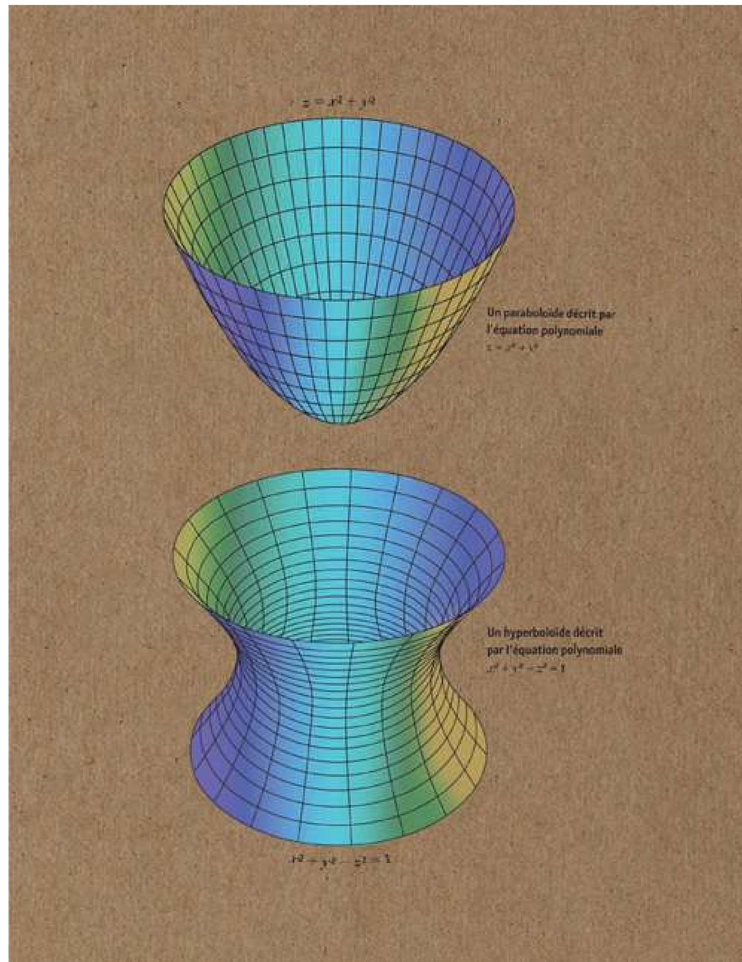
GIROLAMO CARDANO
1501–1576

NIELS ABEL
1802–1829

ÉVARISTE GALOIS
1811–1832

TEXTE EN 30 SECONDES

Jamie Pommersheim



***Les équations polynomiales créent de belles formes à trois dimensions*.**

ABU ’ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI

Abu ’Abdallah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi fut l’un des plus grands esprits de l’islam. Son travail, traduit en latin quatre siècles après sa mort, forma la base des études mathématiques occidentales. Sa vie personnelle est peu connue. Sa famille était perse et s’installa ensuite au sud de Bagdad (califat arabe depuis le milieu du viie siècle). Al-Khwarizmi devint membre de la Maison de la sagesse du calife al Ma’ mun (Bait al-Hikma), bibliothèque et institut académique au cœur de l’âge d’or islamique. C’est ici que al-Khwarizmi étudia les traductions grecques et sanskrites de textes scientifiques et de travaux dus à des lettrés babyloniens et perses. Cet extraordinaire géographe et cartographe (il révisa et corrigea la *Geographica* de Ptolémée et se querella avec 70 géographes pour produire une carte du monde à l’intention du calife) fut aussi un excellent astronome. Toutefois, c’est aux mathématiques qu’il apporta sa plus inestimable contribution (algèbre, arithmétique, trigonométrie). Il transmit les techniques, les méthodes et les concepts de l’Inde et de l’Extrême-Orient en y ajoutant innovations et améliorations personnelles.

C’est al-Khwarizmi que nous devons remercier pour l’introduction en Occident des chiffres indiens, y compris le zéro, les chiffres arabes, les décimales et les unités, les fractions et le point décimal (qu’il apprit de mathématiciens indiens, qu’il remercie en 825 dans le titre de son ouvrage *Sur le calcul avec des chiffres indiens). Il* est probablement mieux connu comme le père de l’algèbre (bien qu’il s’agisse surtout d’une connaissance déjà existante qu’il synthétisa, avec ses propres interprétations et techniques). En fait le mot « algèbre » provient du terme *al-jabr* (signifiant achèvement, restauration), partie du titre d’un de ses grands ouvrages *Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison*, où on peut lire la première solution systématique des équations linéaires et du second degré. Il fut commissionné par le calife pour être un livre accessible et pratique, muni d’exemples du monde réel, proposant des solutions aux problèmes du commerce. Lorsque les travaux d’al-Khwarizmi furent traduits en latin au xiie siècle, les mathématiques gagnèrent un nouveau mot. Le mot algorithme est issu en effet de son nom *latinisé algoritmi*. On donna aussi ce nom à un cratère sur la face cachée de la Lune.

770–780
Naissance à Khwarizm, actuel Ouzbékistan

825
Rédige *Sur le calcul avec des chiffres indiens*

830 env.
Écrit *Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison*

830
Dessine une carte du monde

850 env.
Décès

Milieu du 12e siècle
Robert de Chester traduit *Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison*

1126
Adelard de Bath traduit les tables astronomiques d'al-Khwarizmi

12th century
Adèlard de Bath traduit *Sur le calcul avec des chiffres indiens*

1857
Algoritmi de numero Indorum publiè par Baldassarre Boncompagni (*De l'art indien de compter par al-Khwarizmi*)



ALGORITHMES

théorie en 30 secondes

La révolution du XXe siècle est celle de l’ordinateur. Pourtant, les ordinateurs ne sont rien sans programmes, et les programmes d’un ordinateur ne sont rien d’autre que des algorithmes. Un algorithme n’est pas compliqué : il est juste une liste d’instructions mettant à exécution une tâche où chaque étape est complètement sans ambiguïté. Il peut être mis à exécution par un agent irréfléchi. Le mot algorithme provient d’al-Khwarizmi qui découvrit les procédures infaillibles capables de résoudre certaines équations. Beaucoup de mathématiciens développèrent des idées similaires pendant des siècles, mais ce ne fut pas avant les années 30, avec les travaux de Alan Turing et Alonzo Church, que la notion d’algorithme se fit précise. Turing inventa un appareil contenant un « ruban », le long duquel une « machine de Turing » avance, écrivant et effaçant des symboles en accord avec de strictes règles internes. Turing utilisait cette machine théorique afin de démontrer qu’aucune procédure unique ne pourrait jamais répondre à chaque question mathématique. Même parmi les nombres entiers, il existe des problèmes « non calculables ». Ceci fait écho au théorème d’incomplétude de Gödel et fut un choc dans les mathématiques. Mais c’est lorsque la machine de Turing passa du domaine mathématique abstrait vers le monde réel que l’ordinateur naquit.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Les algorithmes sont conçus comme des procédures théoriques pour mettre à exécution les tâches mathématiques. On les utilise constamment dans tous les ordinateurs du monde.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les plus grandes questions en science des ordinateurs concerne la rapidité des algorithmes. Par exemple, démarrez avec deux grands nombres premiers et multipliez-les ensemble. Le défi est de découvrir les deux nombres originels à partir du résultat final. Il existe un algorithme pour réaliser ceci, mais il peut prendre des millions d’années, même avec le processeur le plus rapide. Existe-t-

il une manière plus prompte ? Personne ne le sait. Mais nous espérons que non, parce que c’est ainsi que notre compte en banque en ligne reste en sécurité !

THÉORIES LIÉES

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

PROGRAMME DE HILBERT

THÉORÈME D’INCOMPLÉTUDE DE GÖDEL

AL-KHWARIZMI

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ALONZO CHURCH

1903–1995

STEPHEN KLEENE

1909–1994

ALAN TURING

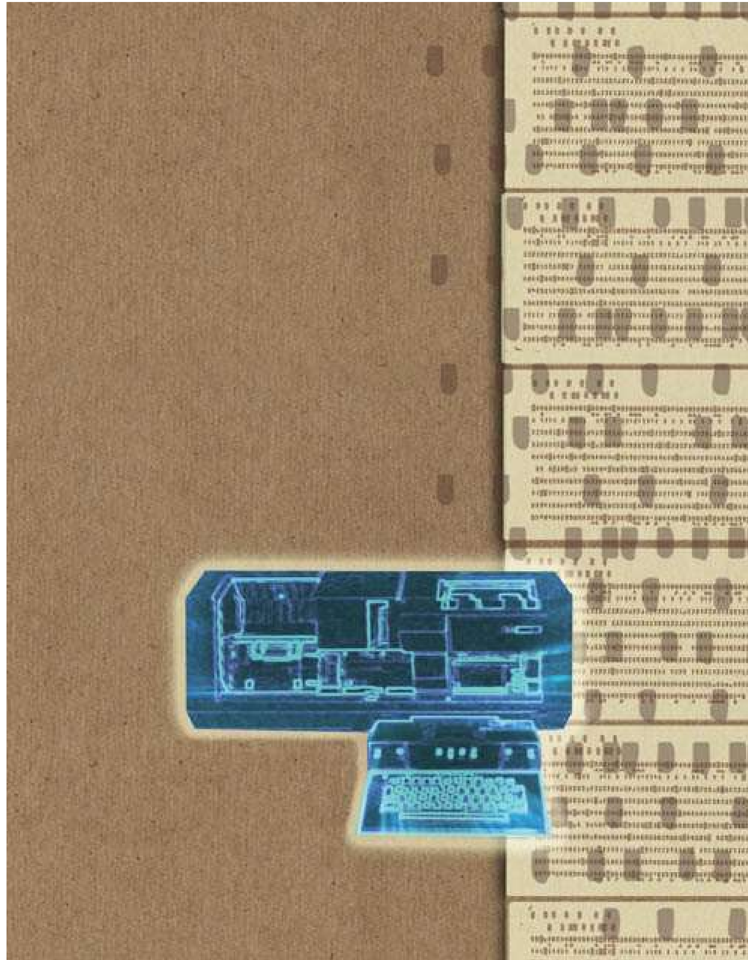
1912–1954

STEPHEN COOK

1939–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



Chaque programme d’ordinateur code un algorithme, une idée remontant au IXe siècle.

ENSEMBLES & GROUPES

théorie en 30 secondes

Collectionner et catégoriser des objets est un élément-clé des mathématiques. Les collections d'objets (ensembles) nous permettent de définir les propriétés communes des choses que nous étudions. Créer des unions d'ensembles (les combiner en prenant un objet de chaque dans un nouvel ensemble), ou d'intersections (prenant seulement ce qui est commun aux deux), nous aide à affiner leurs propriétés. Comme avec les nombres, nous pouvons combiner des objets dans un ensemble pour faire d'autres objets dans le même ensemble. Un groupe est un ensemble ayant quelques propriétés spéciales. (1) Deux objets dans l'ensemble peuvent être combinés, *via* une opération (addition, par exemple), et la combinaison des deux objets doit toujours être dans un ensemble. (2) Il existe un objet spécial dans l'ensemble appelé l'identité, ayant la propriété que tout objet combiné avec l'identité laisse l'objet inchangé – par exemple 0 est l'identité additive puisque vous pouvez l'ajouter à tout autre entier sans que la valeur change. (3) Et à chaque groupe d'objet il existe un autre groupe appelé son inverse. Tout objet combiné avec son inverse est l'identité. Pensez à tous les entiers avec addition comme l'opération de combinaison et 0 comme l'identité et vous obtenez l'idée, par exemple $5 + (-5) = 0$.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES
Toute collection d'objets est un ensemble mathématique. Un groupe est créé en combinant des objets dans un ensemble pour faire d'autres objets dans l'ensemble.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES
Bien que nous ayons pensé en nombres nos objets, les choses peuvent devenir plus intéressantes quand vous introduisez différents types d'éléments comme vos objets. Effectivement, le fameux « cercle des cinquièmes » en théorie musicale est l'ensemble de douze échelles majeures. On peut lui donner une structure de groupe appelée un groupe cyclique.

THÉORIES LIÉES
FONCTIONS

ANNEAUX & CHAMPS

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES
JOSEPH-LOUIS LAGRANGE
1736–1813

NEILS HENRIK ABEL
1802–1829

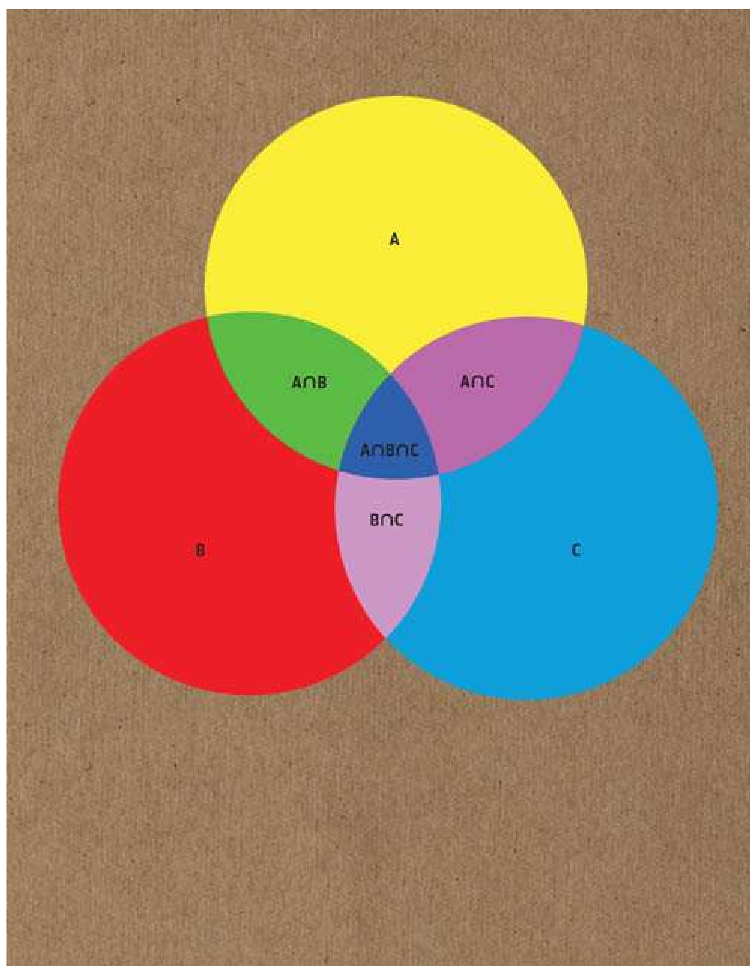
ÉVARISTE GALOIS
1811–1832

ARTHUR CAYLEY
1821–1895

GEORG CANTOR
1845–1918

BENOÎT MANDELBROT
1924–2010

TEXTE EN 30 SECONDES
David Perry



***Le « diagramme d'Euler » propose une aide visuelle dans le but de comprendre les relations entre plusieurs ensembles*.**

ANNEAUX & CHAMPS

théorie en 30 secondes

L’arithmétique avec des entiers implique deux opérations fondamentales : addition et multiplication (desquelles on apprend la soustraction et la division). À l’école, nous avons appris que la somme 1 + 4 + 9 + 16 ne nécessite pas de parenthèses : nous pouvons débuter n’importe où dans cette somme, même en réarrangeant les termes, et obtenir la même réponse (car l’addition est associative et commutative). Nous avons appris comment les opérations interagissent quand nous apprenons la propriété distributive des entiers : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$. Beaucoup d’ensembles possèdent ces mêmes propriétés utiles présentées par les entiers. Nous n’en dresserons pas la liste ici, mais à tous ces ensembles avec ces propriétés nous donnons un nom : anneaux. L’ensemble des nombres réels est aussi un anneau, bien qu’il a une propriété utile additionnelle que les entiers ne possèdent pas. Avec les entiers, bien que vous puissiez ajouter ou multiplier deux entiers et obtenir un entier, et que vous pouviez aussi soustraire deux entiers et obtenir un entier, vous ne pouvez pas nécessairement diviser deux entiers et en obtenir un. D’un autre côté, vous pouvez diviser tout nombre réel par tout autre nombre réel (autre que 0 !) et obtenir un nombre réel. La distinction donne à l’ensemble des nombres réels la désignation de champ.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

L’ensemble des entiers possède des propriétés subtiles qui le désignent sous le nom d’anneau. L’ensemble des nombres réels est même plus subtil : on l’appelle champ.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Anneaux et champs étaient historiquement importants car ils permirent aux mathématiciens de traduire certains problèmes classiques en un nouveau langage. Ce nouveau langage admis pour ces preuves longuement désirées indique que la quadrature du cercle, la duplication du cube, et le fait de triséquer un angle arbitraire, ne sont pas possibles en utilisant seulement la règle graduée et le compas. Les mathématiciens peuvent aussi prouver qu’en dépit de

l’existence de la formule quadratique – des formules cubiques et quartiques – il n’y a pas de formule pour les polynomiales quintiques.

THÉORIES LIÉES

ADDITION & SOUSTRACTION

MULTIPLICATION & DIVISION

ÉQUATIONS POLYNOMIALES

ENSEMBLES & GROUPES

QUADRATURE DU CERCLE

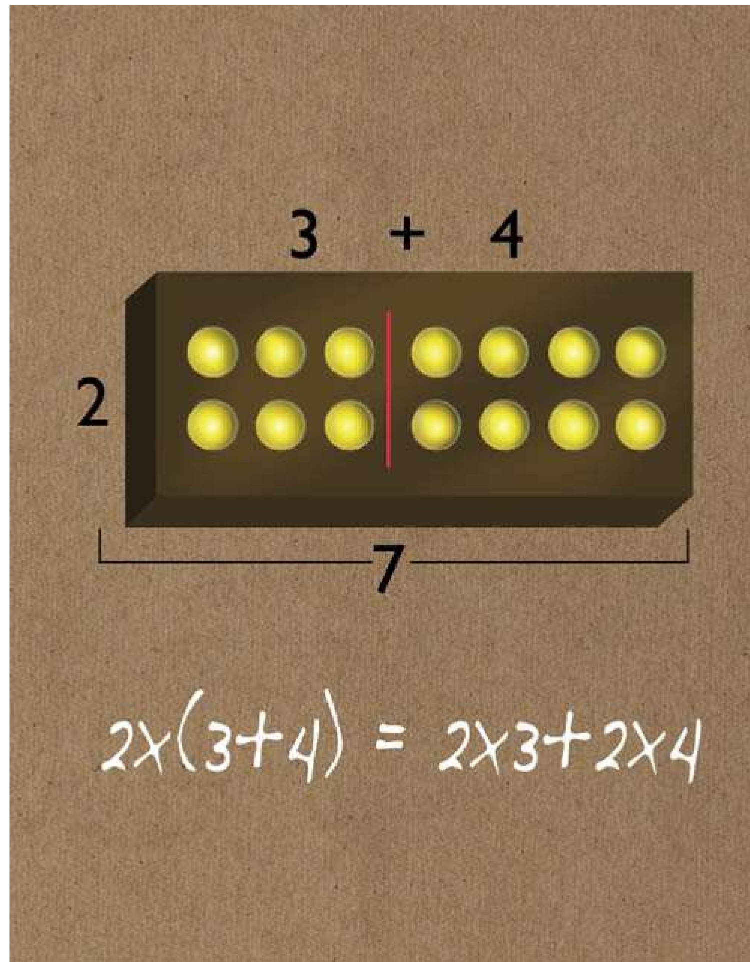
BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ÉVARISTE GALOIS
1811–1832

RICHARD DEDEKIND
1831–1916

EMMY NOETHER
1882–1935

TEXTE EN 30 SECONDES
David Perry



***La propriété de distributivité concerne la façon dont l’addition et la multiplication interagissent : les ensembles ayant ces propriétés se nomment anneaux*.**

GÉOMÉTRIE & FORMES

GÉOMÉTRIE & FORMES
GLOSSAIRE

axiome Une proposition ou énoncé évidemment vrai ou qui a été accepté comme vrai, sans preuve.

circonférence Ligne de frontière ou périmètre d'une figure courbe. Utilisée le plus souvent en référence au cercle.

constante Nombre, lettre, ou symbole qui représente en lui-même une valeur fixe. Par exemple, dans l'équation $3x - 8 = 4$, 3 est le coefficient, x est la variable, tandis que 8 et 4 sont les constantes. Toutefois, le terme est associé plus volontiers avec des symboles comme π ou e.

diamètre Segment passant par le centre d'un cercle ou d'une sphère et limité par les points de la sphère ou du cercle. Plus généralement, la distance la plus grande entre deux points situés dans la même figure.

dodécaèdre Terme utilisé pour décrire un polyèdre régulier à 12 faces, chacune ayant la forme d'un pentagone. Le dodécaèdre est l'un des « cinq solides platoniques ». Un dodécaèdre rhomboïde est un exemple de dodécaèdre irrégulier.

géométrie Branche des mathématiques qui traite essentiellement des formes, lignes, points, surfaces et solides.

géométrie euclidienne Étude des lignes, points et angles dans les plans et les solides. Renvoyant à Euclide d'Alexandrie, mathématicien de la Grèce antique, la géométrie euclidienne est un système mathématique complet de règles et de lois basé sur environ cinq axiomes qu'Euclide édicta dans son ouvrage *Les Éléments*.

géométrie hyperbolique Sorte de géométrie non euclidienne dans laquelle le postulat de parallèle en géométrie euclidienne est remplacé par le postulat qu'il y a au moins deux lignes dans le plan qui n'intersectent pas une ligne donnée. En géométrie hyperbolique, la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°.

Voir géométrie euclidienne.

hexagone Polygone à six côtés droits et six angles.

hurluberlu Dans le petit monde des mathématiques, ce terme est appliqué avec affection aux personnes qui refusent d'accepter les théorèmes mathématiques prouvés *.

hypoténuse Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit. L'hypoténuse joue un rôle fondamental dans le théorème de Pythagore. Voir théorème de Pythagore.

icosaèdre Polyèdre régulier ayant 20 faces, chacune d'entre elles formant un triangle équilatéral. Les icosaèdres font partie des « cinq solides platoniques ».

lemme Vérité mathématique utilisée pour soutenir une vérité mathématique plus importante, comme le théorème. Première étape vers une vérité mathématique plus grande.

nombre transcendant Tout nombre ne pouvant être exprimé comme une racine d'un polynôme non-nul avec coefficient entier. On dit aussi : nombres non algébriques. π est le nombre transcendant le plus connu ; par conséquent π ne peut pas satisfaire l'équation $\pi^2 = 10$. La plupart des nombres réels sont transcendants.

pentagone Polygone à cinq côtés droits et cinq angles.

pentagramme Étoile à cinq branches faite de cinq lignes droites.

polyèdre Tout solide avec quatre faces, ou plus, composé de polygones. Dans les polyèdres réguliers, comme les « cinq solides platoniques », les faces sont faites de polygones réguliers.

proposition Énoncé d'un théorème ou d'un problème. Les propositions sont généralement accompagnées d'une démonstration de leur vérité (preuve).

rayon Distance partant du centre d'un cercle jusqu'à son bord. Le rayon représente la moitié de la valeur du diamètre.

section conique Figure courbe créée par l'intersection d'un plan avec un cône circulaire. Une section conique peut être soit un cercle, une ellipse, une parabole soit une hyperbole dépendante de l'angle où le plan intersecte le cône.

théorème Fait mathématique ou vérité, qui a été établi comme une conséquence logique ou provenant d'axiomes ou de faits mathématiques préalablement acceptés.

théorème de Pythagore Théorème attribué à Pythagore. Il établit que, pour un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. On le formule ainsi : $a^2 + b^2 = c^2$.

théorie de Galois Méthode permettant aux structures algébriques, les groupes, d'être utilisées pour résoudre des équations algébriques.

théorie des nombres Branche des mathématiques qui traite essentiellement des propriétés et des relations des nombres, avec une attention particulière aux entiers positifs.

* Il s’agit du mot « crank » qui signifie manivelle excentrique. D’où hurluberlu, guignol. (N.D.T.)

ÉLÉMENTS D’EUCLIDE

théorie en 30 secondes

Euclide fut un mathématicien grec qui vécut et enseigna à Alexandrie autour des années 300 av. J.-C. Il est vénéré non seulement pour ses théorèmes spécifiques concernant les triangles, les cercles et les nombres premiers mais aussi pour son approche entière de la pensée mathématique en proposant des définitions, en identifiant des postulats supposés, puis en reportant les conséquences logiques de ces suppositions de base, lemme par lemme, théorème par théorème. Il fournit une méthodologie du raisonnement mathématique concernant l’enseignement de la géométrie, laquelle servit partout dans le monde pendant 22 siècles. Bien que son ouvrage en 13 Livres, *Les Éléments*, soit tourné en majorité vers la géométrie (dans le livre I, Euclide prouve le théorème de Pythagore, tandis qu’il explique la construction des cinq solides platoniques dans le livre XIII), Euclide consacra trois livres à la théorie des nombres. Dans le livre VII, il explique comment trouver le plus grand diviseur commun de deux entiers, détaillant un algorithme qui porte son nom. Dans le livre IX, il retourne au Théorème de Pythagore et fournit une formule qui engendre les nombres entiers dont les carrés ajoutés au carré d’un autre nombre entier, tel que $3^2 + 4^2 = 5^2$, donne les longueurs des côtés d’un triangle rectangle.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Les 13 livres des *Éléments*, dans lesquels Euclide présente de belles vérités renversantes en géométrie et en théorie des nombres, eurent une inestimable influence sur la civilisation.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

On conserve de célèbres anecdotes concernant la philosophie d’Euclide. Dans un cours, après avoir démontré une proposition, un étudiant demanda au Maître quel usage pratique pouvait-on en faire. Euclide donna à l’étudiant une pièce de monnaie et le renvoya, puisque qu’il demandait clairement une récompense provenant de la connaissance plutôt que d’étudier pour le plaisir de l’étude. Quand Ptolémée I demanda à Euclide de lui fournir un moyen plus simple de

comprendre les théorèmes, celui-ci répliqua : « Il n’existe aucune voie royale vers la géométrie. »

THÉORIES LIÉES

NOMBRES PREMIERS

QUADRATURE DU CERCLE

LIGNES PARALLÈLES

SOLIDES PLATONIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PYTHAGORES

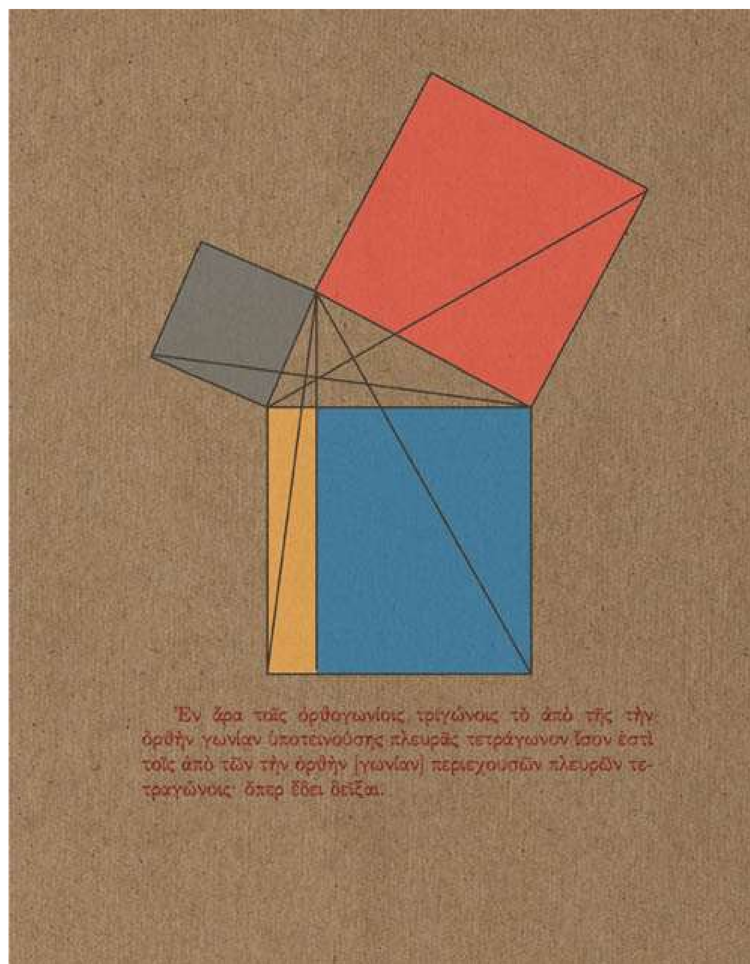
570 env.490 env. av. J.-C.

EUCLIDE

actif vers 300 av. J.-C.

TEXTE EN 30 SECONDES

David Perry



***Une preuve des triplets de Pythagore. Les triangles congrus peuvent être utilisés pour montrer que le carré gris a la même surface que le rectangle jaune et que le carré rouge a la même surface que le rectangle bleu*.**

PI – LA CONSTANTE DU CERCLE

théorie en 30 secondes

La constante mathématique la meilleure, la plus longue, la plus célèbre et la plus facile-à-voir-mais-difficile-à-calculer, est le nombre irrationnel (transcendant) π = 3,1415926535897… Il fut connu de toutes les anciennes civilisations à cause de sa simple relation au cercle. Il s'agit du rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre. Il est généralement admis que le choix de la lettre grecque pour la constante provient du mot « périmètre » (περμετεος). On l'appelle parfois la constante d'Archimède car celui-ci fit de célèbres tentatives pour la calculer. En effet, à partir des approximations du cercle par des polygones inscrits ou circonscrits obtenues par des personnes comme Archimède ou le mathématicien chinois Liu Hui, puis les sommes finies d'un nombre infini de fractions *via* le calcul infinitésimal de Leibniz, jusqu'aux équations fascinantes comme les formules du mathématicien indien Ramanujan, π fut probablement le concept de mathématique le plus étudié, jouant un rôle central dans presque chaque science naturelle et sociale. Nombre énigmatique, π a nourri le débat consistant à rappeler ses chiffres décimaux pour que les ordinateurs calculent des approximations toujours plus exactes. Les célébrations du nombre incluent le Jour de π (14 mars *), un phénomène maintenant devenu global, sans compter le développement d'un nouveau champ (sérieux, mais humoristique) d'étude appelé la π-philologie ou piphilologie.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Quantitas, in quam cum multiplicetur diameter, proveniet circumferentia : « La quantité qui, quand le diamètre est multiplié par elle, donne la circonférence. » Voilà ce qu'est π (ou pi) pour vous et moi.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Dans la philologie de pi, un « piem » est un poème imaginé de telle façon que le nombre de lettres dans chaque mot coïncide avec l'expansion décimale de p. Sir James Jeans débuta le jeu : « Comment je désire une boisson, alcoolisée évidemment, après les difficiles conférences de mécanique quantique ! »

D’accord ? ***Cadaeic Cadenza***, une nouvelle de Mike Keith rédigée en 1996, est censée avoir été écrite en « pilish ». Il s’agit d’un « piem » en prose, dont la longueur des mots est 3,835 !

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

TRIGONOMETRIE

QUADRATURE DU CERCLE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PYTHAGORES
570 env.-490 env. av. J.-C.

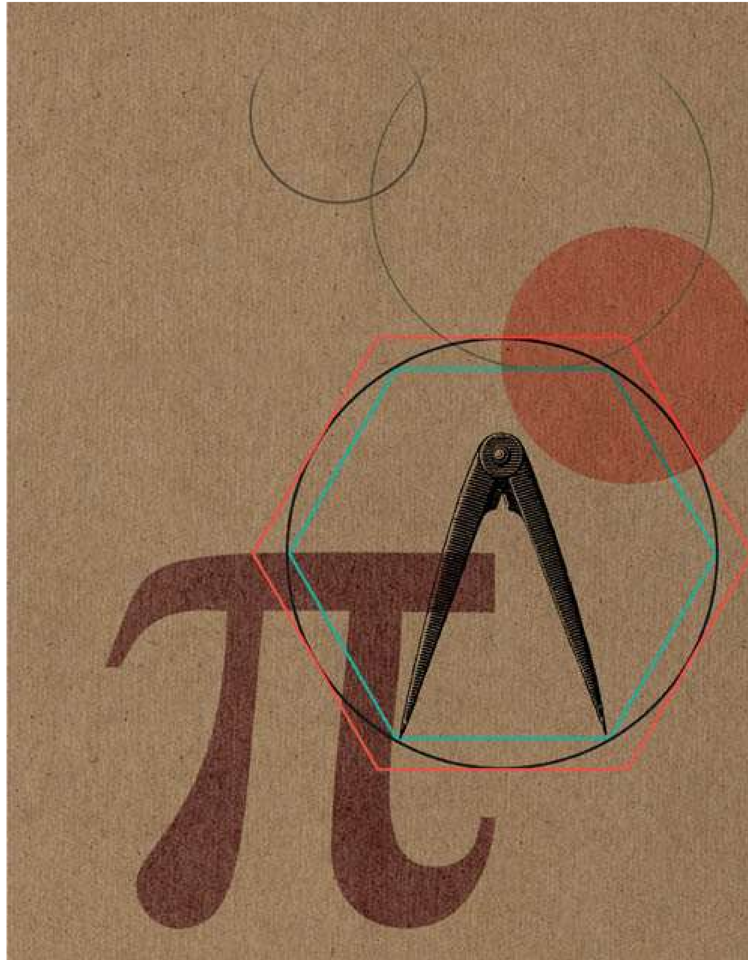
ARCHIMEDE
287 env.-212 av. J.-C.

ISAAC NEWTON
1643–1727

WILLIAM JONES
1675–1749

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Brown



La méthode d’Archimède pour dessiner une série de polygones à l’intérieur et à l’extérieur d’un cercle lui permit de calculer une valeur approximative de π.

* 14 mars car π est noté 3/14 chez les anglo-saxons (N.D.T.).

LE NOMBRE D’OR

théorie en 30 secondes

Si vous divisez un segment en 2 segments *a* et *b* afin que la somme des deux parties divisée par la partie la plus grande soit égale à la partie la plus grande divisée par la partie la plus petite, c’est-à-dire $(a + b)/a = a/b$, vous obtenez le nombre d’or. On le connaît aussi sous le nom de « proportion d’or » et « divine proportion ». Les Grecs le notait par la lettre phi (Φ), qui est le nombre irrationnel donné par la résolution de l’équation $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2 = 1{,}6180339887498\ldots$ Pour les mathématiciens, il est intéressant de noter aussi que Φ satisfait $\Phi^2 = 1 + \Phi$ et $1/\Phi = \Phi - 1$. Le nombre d’or est aussi la mesure de la diagonale d’un pentagone régulier avec des côtés de longueur 1. Le pentagramme, formé par les diagonales du pentagone, a des associations mystiques pour les pythagoriciens et leurs adeptes. Les artistes et les architectes utilisent le nombre d’or dans le but de créer des proportions agréables à l’œil. La suite de Fibonacci, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34… possède la propriété selon laquelle le taux de deux nombres consécutifs approche Φ lorsque les nombres deviennent plus grands. Le rectangle d’or, avec des côtés en proportion au nombre d’or, se fonda à la fois sur le dodécaèdre et l’icosaèdre. On peut former une spirale d’or en ajustant des quarts d’arcs de cercles en carrés avec les longueurs des bords diminuant séquentiellement par Φ.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le nombre pour lequel le taux de la somme de deux parties, par rapport à la partie la plus grande, est le même que le taux de la partie la plus grande par rapport à la plus petite.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Le nombre d’or est souvent cité car il joue un rôle esthétique important dans l’art, l’architecture et le design. Il remonte aux pyramides de l’Egypte antique, aux temples de la Grèce classique, en passant par les tableaux de Leonardo da Vinci jusqu’aux iPod d’aujourd’hui. Toutefois, bien qu’il existe des exemples d’artistes et de designers qui incorporent délibérément le nombre d’or dans leur

travail (comme l'architecte Le Corbusier par exemple), il y en a beaucoup qui se posent la question de la signification artistique du nombre d'or.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

LES NOMBRES DE FIBONACCI

SOLIDES PLATONIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

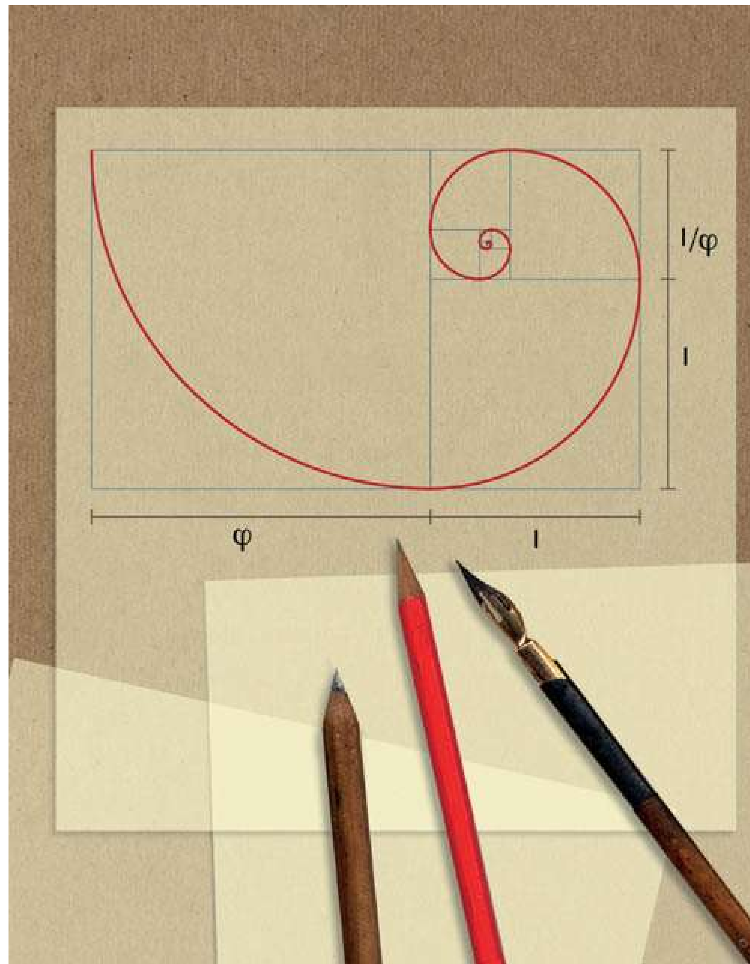
PYTHAGORE
570 env.490 env. av. J.-C.

LEONARDO FIBONACCI
1170–1250

ROGER PENROSE
1931–

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***Des séries de carrés avec des longueurs de côté relatives établies par le nombre d'or s'ajustent ensemble en une configuration spiralée. Le quart des arcs de cercle inscrits dans le carré forme la spirale d'or*.

PYTHAGORE

La plupart des non-mathématiciens gardent un souvenir scolaire du théorème de Pythagore, resté acquis dans nos esprits modernes. L'homme lui-même fut énigmatique et une équipe de travail académique, toujours grandissante, s'est formée autour de lui. Elle reste connue sous le nom de « question pythagoricienne » : elle essaie de dissocier le Pythagore réel et historique qui accomplit des réalisations, du personnage mythique et légendaire relevant de l'hagiographie. Comme il ne laissa aucun écrit, à l'instar de ses contemporains, peu d'éléments restent connus de lui et, pour ses nombreux adeptes, il devint un personnage semi-divin : un Roi Arthur de l'ancien temps.

Individu mystérieux et charismatique, on racontait qu'il avait une cuisse en or, faisait des miracles et possédait la capacité chamanique d'ubiquité. Pythagore pensait que l'âme était immortelle et pouvait connaître plusieurs réincarnations. Il fut le fondateur d'un culte religieux ésotérique, très admiré pour ses principes austères rigoureux. Ce mouvement fut considéré suffisamment important pour être persécuté par l'establishment politique. Nous connaissons cet aspect car beaucoup de ses disciples dévoués – les pythagoriciens furent une secte florissante jusqu'au ve siècle – commencèrent à écrire sur lui 150 ans après sa mort. Ils réécrivirent l'histoire et glorifièrent ses actes, affirmant que Pythagore fut la source des idées aristotéliciennes et platoniques. La majorité des traités existant sous le nom de Pythagore sont des faux. Cependant, en mathématiques, bien que Pythagore reconnaissait un sens divin et mystique aux nombres (et à leurs relations entre eux), il est peu probable qu'il ait jamais pu prouver son théorème. La seule certitude qu'il étudia la géométrie est basée sur une propagande, en fait rétrospective. En effet, nous savons maintenant que son théorème était connu des Babyloniens sous forme arithmétique, bien qu'ils ne le prouvèrent pas non plus. Ainsi, il se peut que Pythagore fut simplement reconnu comme ayant transmis une partie significative de la connaissance mathématique.

570 av. J.-C. env.

Né sur l'île de Samos

530 av. J.-C. env.

S’installe à Crotone, dans le sud de l’Italie

490 av. J.-C.
Décès, probablement à Métaponte

200–250 env.
Diogène Laërce, auteur de *Vies, doctrines et sentences des philosophes illustres*

234–305 env.
Porphyre de Tyr, auteur de *De la vie de Pythagore*

245–325 env.
Iamblicos (Jamblique), auteur de *Vie pythagoricienne*



TRIGONOMÉTRIE

théorie en 30 secondes

Un triangle rectangle a la propriété que la mesure des angles dépendent du rapport des longueurs des côtés. Cette relation forme la « fonction sinus » de base (et ses cousins comme « cosinus »), où le sinus d'un angle est égal au rapport de la longueur du côté opposé à celle de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit). Savoir comment calculer une longueur à partir des mesures d'angle avait d'énormes implications pratiques pour les anciens astronomes et explorateurs sumériens, grecs, indiens et perses. Hipparque, astronome grec du IIe siècle av. J.-C. est considéré comme « le père de la trigonométrie ». Les scientifiques modernes voient les fonctions de « trigo » d'un œil plus large. Les points sur un cercle peuvent être repérés via un triangle rectangle ; si le rayon est 1, les coordonnées d'un point sur le cercle sont le cosinus et le sinus de l'angle θ. Comme θ est augmenté, la valeur *y* (sinus de θ) augmente d'abord et décroît ensuite, devient négative et retourne à zéro. Comme θ continue d'augmenter au-delà de 2, il répète ce cycle maintes et maintes fois, et ainsi le graphique d'un sinus de θ vers θ a une forme de vague périodique (se répétant). D'où il découle que tous les phénomènes qui ressemblent ou agissent comme une vague (radiations en physique, son en musique, océanographie, imagerie médicale, et une partie importante de l'ingénierie et de l'architecture) peuvent être étudiés en utilisant les fonctions « trigo » de base comme le sinus et le cosinus.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

La trigonométrie est l'étude des relations entre les angles d'un triangle et les longueurs de ses deux côtés. C'est un principe fondamental de toute la science moderne.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

En trigonométrie rectiligne, généralement enseignée à l'école, tous les triangles ont des angles dont la somme des mesures fait 180°. La trigonométrie sphérique est celle utilisée en astronomie. Les anciennes civilisations en faisaient grand usage. Sur une sphère, la somme des mesures des angles donne un résultat de

plus de 180°.

THÉORIES LIÉES

FONCTIONS

CALCUL INFINITÉSIMAL

PI – LE CERCLE CONSTANT

GRAPHIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

HIPPARQUE

190 env.-120 av. J.-C.

PTOLÉMÉE

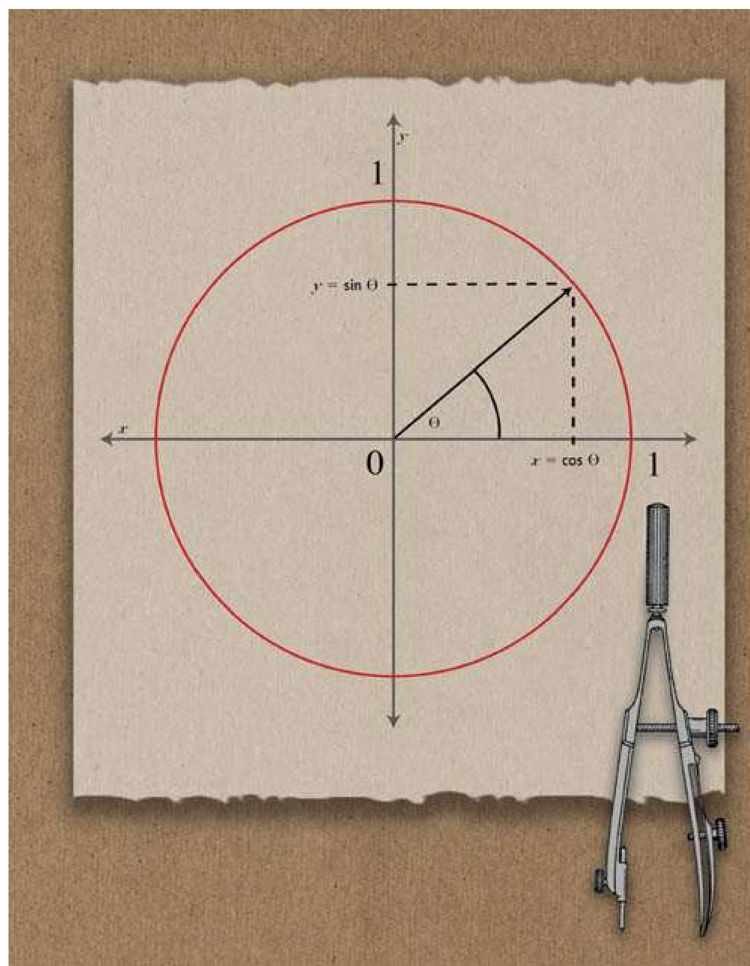
90 env.165

LEONHARD EULER

1707–1783

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***Les fonctions cosinus et sinus sont définies comme les coordonnées × et y du point où une droite à angle θ à partir de l'axe × intersecte le cercle*.**

QUADRATURE DU CERCLE

théorie en 30 secondes

Les anciens Grecs pensaient tous les nombres comme des longueurs, c’est pourquoi leurs mathématiques étaient presque exclusivement tournées vers la géométrie. Diviser un nombre par deux était vu comme une construction géométrique. Tout d’abord, considérez le nombre comme la longueur d’un segment de ligne. Puis, utilisez les outils de géométrie, règle graduée et compas, pour diviser ce segment en moitié. Vous avez fait une division par deux. En dessinant un cercle, on peut tenter de construire un carré dont la surface sera identique à celle du cercle. Il y a des milliers d’années, les mathématiciens se rapprochèrent de la « quadrature du cercle » mais leurs premiers essais étaient reliés à la supposition que π pouvait être exprimé comme le rapport de deux nombres entiers. Dès le XIXe siècle, on prouva que π était aussi transcendant et l’on sait maintenant qu’il peut être irrationnel. Des siècles plus tôt, des mathématiciens constatèrent que les nombres transcendants ne pouvaient se construire avec une règle graduée et un compas, résolvant le résultat définitivement. Pourtant, ces essais ont apporté des bénéfices inattendus. Les sections coniques furent inventées par Ménechme pour résoudre ces problèmes, à l’instar de l’algèbre abstrait et de la théorie de Galois : ils sont tous devenus des sujets d’immense importance en mathématiques modernes.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Dessiner avec des outils simples un carré ayant la même surface qu’un cercle donné semble aisé. Hélas, les mathématiciens savent que cela est impossible.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La réalisation traditionnelle de constructions géométriques grâce seulement à une règle graduée et à un compas se fonde sur les axiomes codifiés des ***Éléments*** d’Euclide. Les limites de ces outils sont en eux-mêmes. Chaque année, cela ne détourne pourtant pas une foule de mathématiciens amateurs et professionnels de prétendre trouver des solutions à ces impossibles problèmes. Dans le milieu des mathématiques, ces hommes et ces femmes sont affectueusement surnommés

des hurluberlus. Il semble que ce soit inhérent à la nature humaine que de s’engager dans des quêtes dignes de Don Quichotte.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES RATIONNELS & IRRATIONNELS

ÉLÉMENTS D’EUCLIDE

PI – LE CERCLE CONSTANT

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

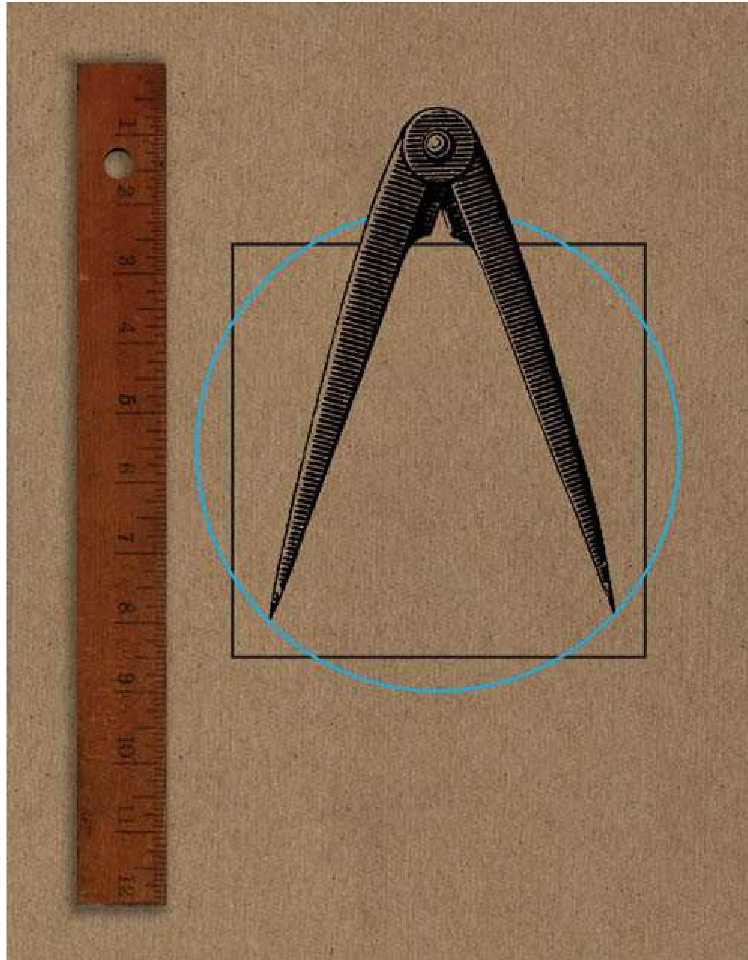
HIPPIAS D’ELIS
450 env.- ? av. J.-C.

EUCLIDE
actif autour de 300 av. J.-C.

ARCHIMÈDE
287 env.-212 env. av. J.-C.

TEXTE EN 30 SECONDES

David Perry



***Avec seulement une règle graduée et un compas, vous pourrez facilement bissecter un angle ou construire un hexagone régulier. Mais vous ne pourrez réaliser la quadrature du cercle*.**

LIGNES PARALLÈLES

théorie en 30 secondes

Les lignes parallèles occupent une place centrale dans les *Éléments* d'Euclide : il s'agit d'une géométrie à deux dimensions construite à partir des premiers principes. Euclide commença avec les cinq lois fondamentales de la géométrie. À partir d'elles, il déduisit des faits devenus familiers à des générations d'étudiants comme le théorème des angles correspondants : si une paire de lignes parallèles est croisée par une troisième ligne, les angles formés ainsi sont égaux. La cinquième loi d'Euclide connue sous le nom de « postulat des parallèles » affirme que, si vous dessinez une ligne droite, puis sélectionnez un point à partir d'elle, il n'y a qu'une parallèle possible pouvant être tracée à travers ce point. Toute personne tentant l'exercice sur un morceau de papier sera facilement persuadée que cela est vrai, mais pendant des milliers d'années, les géomètres essayèrent d'en comprendre le pourquoi. Beaucoup furent persuadés qu'il s'agissait d'une conséquence des quatre autres lois, plus simples. Ce ne fut pas avant le XIXe siècle que Gauss, Bolyai et Lobachevsky découvrirent indépendamment une forme entièrement nouvelle de géométrie satisfaisant les quatre premiers axiomes d'Euclide, où le postulat des parallèles fait défaut. Dans cette géométrie « hyperbolique » non euclidienne, il existe une infinité de lignes pouvant passer à travers un point unique, parallèle à une ligne donnée.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Sur un plan, les lignes parallèles sont des lignes qui continuent sans fin sans jamais se rencontrer, comme les voies d'un chemin de fer. La loi des lignes parallèles joue un rôle déterminant dans différentes formes de géométrie.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La géométrie hyperbolique, avec son abondance de lignes parallèles, a toujours fasciné les géomètres. Elle a trouvé sa place au sein de la physique du XXe siècle dans la nouvelle théorie élaborée par Einstein sur la relativité spéciale. Hermann Minkowski démontra que la géométrie de l'univers est fondamentalement hyperbolique. Ce n'est pas évident au départ, mais, si on prend pour principe que

toutes les vitesses en-dessous de la vitesse de la lumière sont équivalentes, la nature hyperbolique du mouvement est révélée.

THÉORIES LIÉES

ÉLÉMENTS D'EUCLIDE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

EUCLIDE

actif autour de 300 av. J.-C.

CARL-FRIEDRICH GAUSS

1777–1855

NICOLAI LOBACHEVSKY

1796–1856

JÂNOS BOLYAI

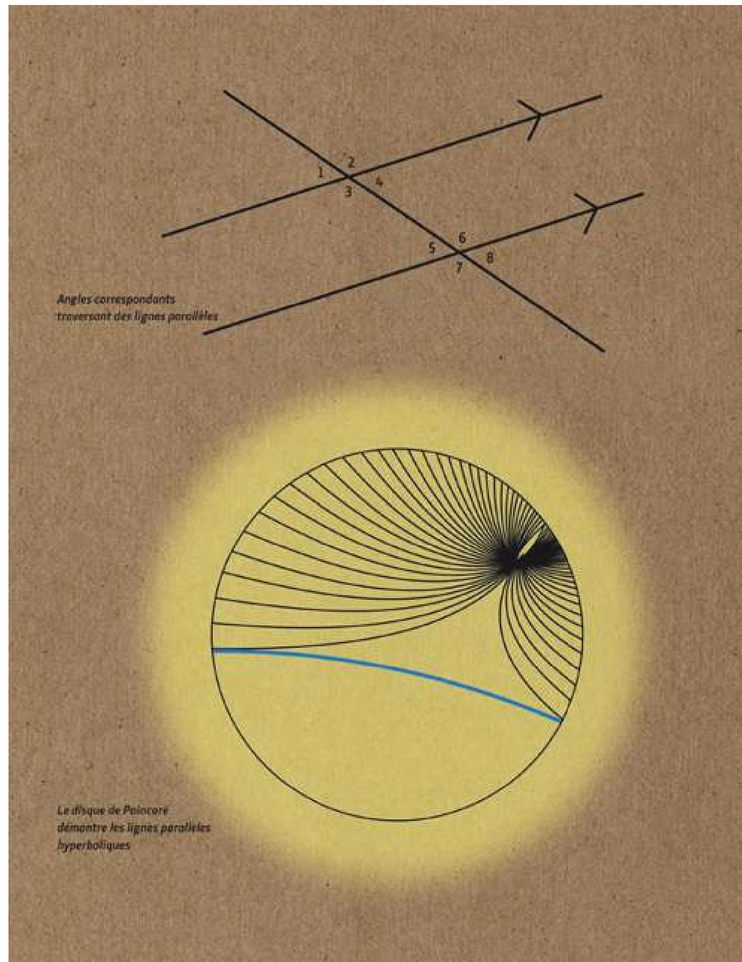
1802–1860

HERMANN MINKOWSKI

1864–1909

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Les lignes parallèles sont parmi les schémas les plus familiers, et les clefs des mondes géométriques les moins familiers*.**

GRAPHIQUES

théorie en 30 secondes

En mathématiques, les graphiques sont plus communément utilisés pour représenter des fonctions mathématiques. En d'autres domaines, de la biologie au business, les graphiques sont originellement prévus pour présenter des données. Les graphiques mathématiques sont exposés traditionnellement sur un ensemble de deux axes perpendiculaires marqués *x* et *y* (en deux dimensions). Tout point dans le plan peut être désigné via une « paire ordonnée » (x, y), déterminant sa distance à partir des axes *y* et x. Un concept identique est utilisé pour divulguer l'information en trois dimensions en ajoutant un troisième axe conventionnellement marqué z. Ce système est connu sous le nom de « coordonnées cartésiennes », du nom de leur découvreur, le mathématicien et philosophe René Descartes. Son contemporain, Pierre de Fermat, développa de son côté des idées similaires. Toutefois, l'invention du graphique est à proprement parler l'œuvre de Nicole d'Oresme, qui, trois siècles auparavant, utilisa des axes horizontaux et verticaux pour prouver graphiquement une règle relative à la distance couverte par deux objets se déplaçant à différente allure. La réalisation de Descartes fut un développement embryonnaire dans l'histoire des mathématiques, en joignant nombres et figures géométriques. Ceci rendit possible la représentation de telles figures avec des équations, alliant ensemble algèbre et géométrie afin de créer la géométrie analytique.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Un graphique est une représentation picturale d'une relation entre deux variables ou plus.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Il existe d'autres systèmes de coordonnées que celles dites « cartésiennes », comme les coordonnées polaires, où une coordonnée radiale *r* et une coordonnée angulaire θ sont précisées. Cela permet une solution plus facile aux problèmes qui ont trait au phénomène de radiation à partir d'un point, comme la force d'une antenne. Plus largement, toute carte géographique peut aussi être considérée

comme un type de graphique, puisqu'elle présente des données comme des noms de villes, de rues, ou des courbes de niveau, etc.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES IMAGINAIRES

FONCTIONS

CALCUL INFINITÉSIMAL

LIGNES PARALLÈLES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

NICOLE D'ORESME

1320 env.1382

RENÉ DESCARTES

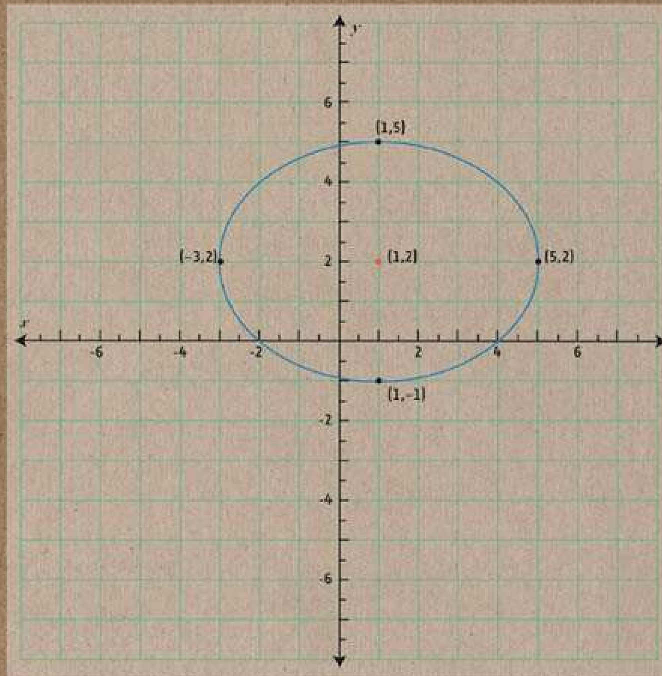
1596–1650

PIERRE DE FERMAT

1601–1665

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***La description algébrique d'une ellipse particulière (haut de page) et la figure géométrique correspondante transposée en graphique grâce aux coordonnées cartésiennes*.**

UNE AUTRE DIMENSION

UNE AUTRE DIMENSION
GLOSSAIRE

axiome Proposition ou énoncé vrai en lui-même ou bien ayant été accepté comme vrai mais sans preuve.

bouteille de Klein Objet à surface fermée, n'ayant qu'un seul côté et aucune arête (bord). Une bouteille de Klein ne peut être visualisée en trois dimensions sans autointersections. Elle porte le nom de son inventeur, le mathématicien allemand Felix Klein qui en décrivit la surface pour la première fois en 1882.

caractéristique d'Euler En topologie, terme utilisé pour décrire les données topologiques spécifiques d'une forme. Pour un polyèdre en trois dimensions, il est basé sur l'équation S – A + F = caractéristique d'Euler, dans laquelle S est le nombre de points ou de sommets, A est le nombre d'arêtes, et F le nombre de faces.

cube Solide à six côtés, chacun d'entre eux étant un carré régulier. Les cubes font partie de la série des solides platoniques.

dimension fractionnaire La taille, ou la dimension, d'un ensemble fractal peut être un nombre entre deux nombres naturels. La dimension fractionnaire est une mesure de l'auto-similitude d'une fractale.

dodécaèdre Terme utilisé pour décrire un polyèdre régulier de 12 faces, chacune d'entre elles formant un pentagone. Il est l'un des cinq solides platoniques. Un dodécaèdre rhomboïde est un exemple de dodécaèdre irrégulier.

factorielle Produit d'une série d'entiers positifs descendant : 6 × 5 × 4 × 3 × 2 × 1. Le symbole d'une factorielle est ! ; donc 4! = 4 × 3 × 2 × 1 = 24.

flocon de neige de Koch En géométrie fractale, une des premières fractales. Chaque côté d'un triangle équilatéral subit une itération (opération répétitive) dans laquelle la section de tiers médian de chaque côté est remplacée par un motif fait de deux lignes formant un point s'éloignant du corps principal du triangle. Le processus se répète indéfiniment.

icosaèdre Polyèdre régulier de 20 faces, chacune d’entre elles formant un triangle équilatéral. L’icosaèdre est un des cinq solides platoniques.

itération En géométrie fractale, opération qui se répète et qui reproduit la même tâche à chaque fois.

nombre complexe Tout nombre comprenant des composants de nombres réels et de nombres imaginaires, comme $a + bi$, où a et b sont des nombres réels et i représente √ − 1.

octaèdre Terme utilisé usuellement pour décrire un polyèdre régulier fait de huit côtés, chacun d’entre eux étant un triangle équilatéral. L’octaèdre fait partie des cinq solides platoniques.

polyèdre Tout solide à quatre faces, ou plus, fait de polygones. Dans les polyèdres réguliers, comme les cinq solides platoniques, les faces sont faites de polygones réguliers.

polygone Toute forme en deux dimensions possédant trois côtés droits (ou plus).

polynôme Expression utilisant des nombres et des variables, permettant les opérations de l’addition, de la multiplication et les exposants entiers positifs, c’est-à-dire x^2. (Voir Équations polynomiales)

polynôme de Jones Dans la théorie des nœuds, polynôme décrivant certaines caractéristiques de nœuds spécifiques.

tétraèdre Terme utilisé habituellement dans le but de décrire un polyèdre régulier fait de quatre côtés, chacun d’entre eux étant un triangle équilatéral (d’où son autre nom de pyramide triangulaire). Le tétraèdre est un des solides platoniques.

tore En géométrie, une figure en forme de beignet.

vertex (ou sommet) Tout point ou coin angulaire d’un polygone ou d’un polyèdre.

SOLIDES PLATONIQUES

théorie en 30 secondes

Il n’est pas difficile d’attacher ensemble des polygones réguliers différents pour former un solide. Pensez au ballon de football formé d’hexagones et de pentagones s’emboîtant. Toutefois, réaliser cela avec une seule forme polygonale est plus difficile. En fait, il n’existe que cinq façons d’y parvenir : le cube doté de six carrés comme côtés, le tétraèdre, l’octaèdre, et l’icosaèdre utilisant respectivement 4, 8, 20 triangles équilatéraux et le dodécaèdre avec ses 12 pentagones. Les anciens Grecs utilisaient beaucoup cette série. Platon les cite dans son texte dialogué, le *Timée*, et on pense qu’un contemporain de Platon, Théétète, fut le premier à donner une preuve qu’il n’y en avait pas d’autres. L’idée ? Si plus de deux polygones réguliers se rencontrent, ils doivent se rencontrer dans un coin ou vertex. La somme des angles des polygones se rencontrant dans un coin doit s’ajouter et faire moins de 360° (au-dessus de 360°, la forme serait plate). Ceci est très restrictif. Tout polygone régulier avec six côtés, ou plus, a un angle de plus de 120°. Trois d’entre eux ensemble, cela ne fonctionnerait pas ! Il y a très peu de façons pour que les polygones réguliers restant se rencontrent ainsi. En fait, cinq suffisent !

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Un solide platonique est un solide en trois dimensions, dont les faces (ou côtés) sont des polygones réguliers à deux dimensions.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Dans le *Timée,* Platon établit un parallèle entre ces « polyèdres » et les cinq éléments naturels à partir desquels l’univers fut créé : le cube est associé à la terre, le tétraèdre au feu, l’octaèdre à l’air, l’icosaèdre à l’eau et le dodécaèdre à l’éther. Aux temps modernes, ces solides ont trouvé leur voie dans des jeux telle la forme parfaite des dés que nous jetons quand nous avons besoin de randomiser nos choix de nombres.

THÉORIES LIÉES

ARCHIMÈDE DE SYRACUSE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PYTHAGORE

570 env.490 env. av. J.-C.

PLATON

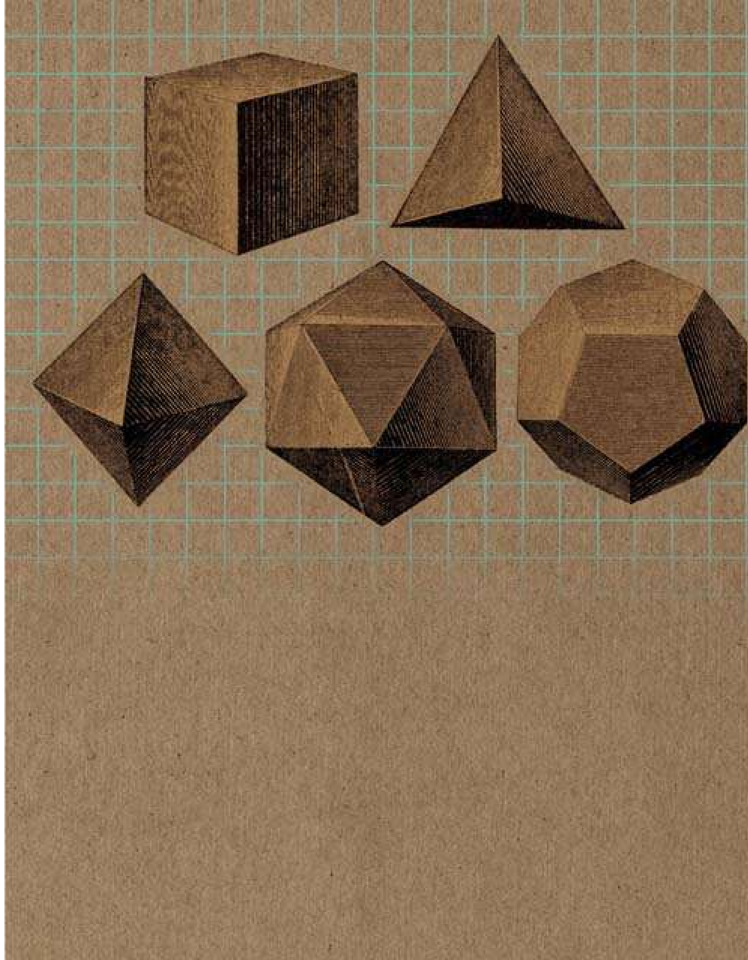
429 env.-347 av. J.-C.

ARCHIMÈDE

287 env.-212 env. av. J.-C.

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Brown



***À la rencontre des cinq solides platoniques, dans le sens des aiguilles d'une montre : le cube, le tétraèdre, le dodécaèdre, l'icosaèdre, l'octaèdre*.**

TOPOLOGIE

théorie en 30 secondes

En topologie, un cube, une pyramide et une sphère sont identiques. La raison en est que les topologistes ne s’intéressent pas aux détails géométriques d’une forme (longueur, surface, angle ou courbure). La topologie se focalise sur les aspects globaux d’une forme, et sur l’information qui prime sur l’étirement et le tordage (sans coupe ni colle). Quelles particularités d’une forme peuvent survivre à ce processus ? L’information topologique typique est le nombre et le genre de trous à l’intérieur de la forme. Par exemple, un « i » en minuscule est constitué de deux parties séparées par un intervalle, et la forme topologique ne permet pas à l’interstice d’être fermé. Ainsi, tandis que « i » est équivalent à « j » et au nombre « 11 », il n’est pas équivalent à « L » ou à « 3 ». Le trou dans un « O » ne peut être enlevé. Il est donc topologiquement identique à un « A » et un « 9 » mais non à un « 8 » avec deux trous. La carte du métro d’une grande ville est un exemple de topologie en action. La géographie précise de la ville est éliminée, permettant aux caractéristiques essentielles, comme l’ordre des stations et les points d’intersection des différentes lignes, d’être présentées clairement.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Comme la géométrie, la topologie, ou géométrie de la feuille de caoutchouc, est l’étude des formes. La différence réside dans le fait que les topologistes classent deux formes comme étant la même si l’une peut prendre la forme de l’autre.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Un élément important des données topologiques est une forme selon la « caractéristique d’Euler ». Cela implique des points dessinés et connectés aux arêtes. Sur une sphère, on peut dessiner deux points et deux arêtes, divisant la surface en deux faces. Un fait fondamental établit qu’avec des points ou sommets S, des arêtes A et des faces F, il doit être vrai que $S – A + F = 2$ sur toute sphère topologique. (Un cube a $S = 8$, $A = 12$, $F = 6$). Et un tore a une caractéristique d’Euler 0, ce qui signifie que $S – A + F = 0$.

THÉORIES LIÉES

LE RUBAN DE MÖBIUS

LA THÉORIE DES NŒUDS

LA CONJECTURE DE POINCARÉ

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

LEONHARD EULER

1707–1783

JULES HENRI POINCARÉ

1854–1912

FELIX HAUSDORFF

1868–1942

MAURICE RENÉ FRÉCHET

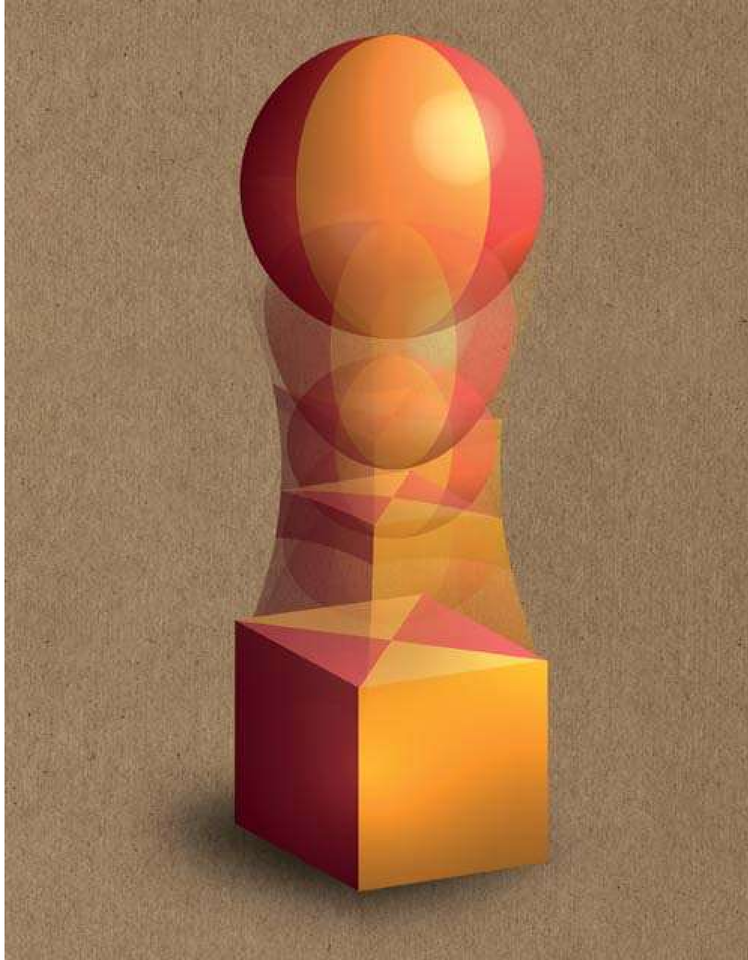
1878–1973

LUITZEN EGBERTUS JAN BROUWER

1881–1966

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Quelle est la différence entre une sphère et un cube ? Pour un topologiste, aucune*.**

LES BRIQUES D’EULER

théorie en 30 secondes

Il est facile de dessiner un rectangle où la hauteur et la largeur sont des nombres entiers. Cela est plus difficile si nous voulons aussi que la diagonale soit un nombre entier. Si nous essayons un carré de 1 cm de large par 1 cm de haut, la diagonale sera d’environ 1,41 cm – en fait Î2 cm, selon le théorème de Pythagore. La même chose arrive avec tout carré : si les carrés sont des nombres entiers, la diagonale ne peut pas l’être. Cela est aussi exact pour beaucoup de rectangles. Pourtant, il en existe pour lesquels cela fonctionne. Un de 3 cm de large et de 4 cm de haut aura une diagonale exacte de 5 cm. Un autre ayant des côtés de 5 cm et 12 cm aura une diagonale de 13 cm. Euler voulait une brique dans laquelle toutes les arêtes soient des nombres entiers, de même que les diagonales de chaque face. Paul Halcke découvrit la première en 1719. Elle est formée de 44 unités de haut, 117 de large et 240 de long. Ses faces auront des diagonales de 125, 244 et 267. Depuis, on a trouvé d’autres exemples. Le nouveau défi est d’arranger la diagonale du corps (la distance interne d’un coin vers celui opposé), pour qu’elle soit aussi un nombre entier. Une telle brique pourrait être qualifiée de parfaite. Malheureusement, personne n’a encore jamais trouvé une brique parfaite d’Euler : en fait, nous ne savons même pas si elle existe.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Une brique est formée de six rectangles. Le mathématicien suisse Leonhard Euler s’intéressa à des briques spécifiques dotées de dimensions faites de nombres entiers.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Il n’existe pas de « petit » exemple pour savoir si les briques parfaites existent ou non. Grâce aux ordinateurs, les mathématiciens ont établi que, si une brique parfaite d’Euler existe, un de ses côtés doit être de plus de 1 000 000 000 000 d’unités de long. Jusqu’ici, la forme la plus proche est un parallélépipède construit avec deux rectangles et quatre parallélogrammes (comme des

rectangles mais les côtés ne sont pas perpendiculaires). Toutes ses dimensions et diagonales sont faites de nombres entiers.

THÉORIES LIÉES

THÉORIE DES NOMBRES

PYTHAGORE

TRIGONOMÉTRIE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

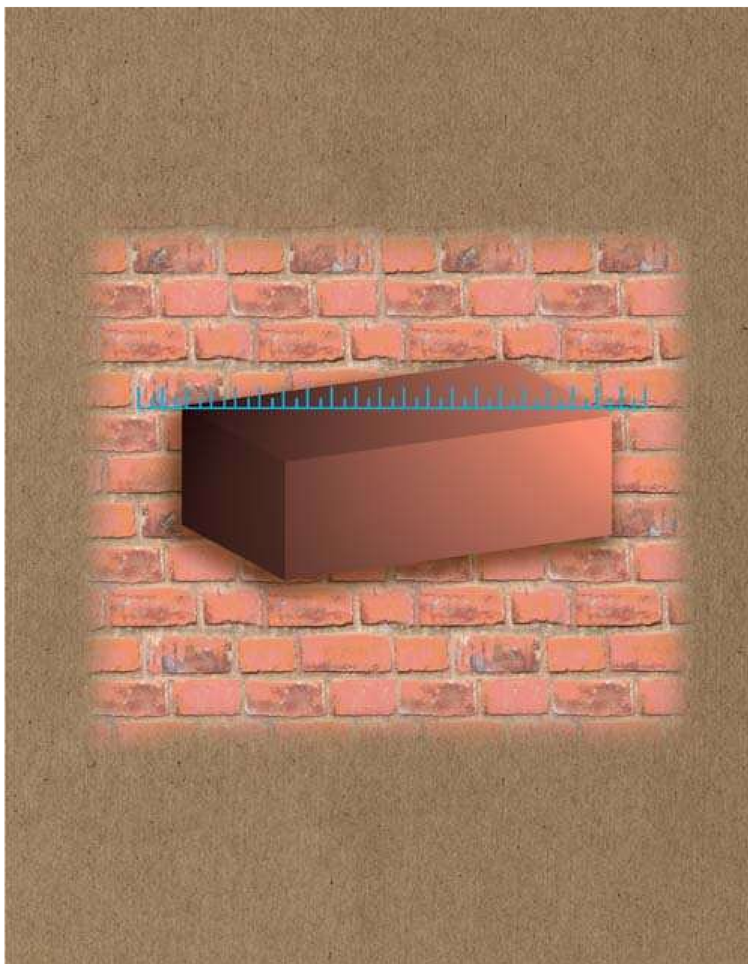
PAUL HALCKE
d.1731

LEONHARD EULER
1707–1783

CLIFFORD REITER
1957–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Tout le monde sait à quoi ressemble une brique. Mais quelqu'un a-t-il déjà vu une brique parfaite ? Les mathématiciens, non*.**

LE RUBAN DE MÖBIUS

théorie en 30 secondes

Commencez avec une bande rectangulaire de papier. Encollez une extrémité sur l'autre : vous obtenez une boucle cylindrique. Mais, si vous donnez au rectangle un mouvement de demi-torsion avant de rejoindre les extrêmes, vous obtiendrez quelque chose de beaucoup plus excitant : un ruban de Möbius. Le point d'intérêt de cette simple bande de papier est qu'elle n'a qu'un côté et une seule arête ! Si vous dessinez une ligne tout au long du centre de la bande, vous suivrez à la fois « l'intérieur » et « l'extérieur » avant de la reconnecter avec elle-même, puisque les deux côtés n'en sont en réalité qu'un seul et même. Réfléchissez à ce qui arriverait si vous découpiez le long de cette ligne centrale. Fait intéressant, couper la bande en moitié ne produit pas deux nouvelles boucles mais seulement une. Essayez et vous verrez ! Les bandes d'August Möbius ont fasciné les enfants et les adultes depuis qu'il la découvrit en 1858. Pour les mathématiciens, leur importance réside dans les formes ultérieures que l'on peut construire à partir d'elles. Si vous prenez deux rubans de Möbius et que vous les collez ensemble le long de leurs arêtes, vous produisez une surface à simple face connue sous le nom de bouteille de Klein. (Le seul ennui est qu'il est impossible de la créer dans un espace tridimensionnel, sans la surface de la bouteille passant à travers elle-même.)

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

La boucle en papier à une seule face d'August Möbius est un passeport vers un monde de formes exotiques.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Prenez une sphère, perforez deux trous et connectez leurs arêtes avec un cylindre. Vous avez créé un tore (en forme de beignet). Prenez une autre sphère, perforez un seul trou et fixez dans un ruban de Möbius le long de l'arête : malheureusement, ceci est impossible à accomplir dans un espace tridimensionnel. C'est un fait fondamental de la topologie que toutes les surfaces peuvent être produites à partir d'une sphère en répétant ces processus de

perforation de trous et de fixation en cylindres et en rubans de Möbius.

THÉORIES LIÉES

TOPOLOGIE

LA THÉORIE DES NŒUDS

LA CONJECTURE DE POINCARÉ

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

LEONHARD EULER
1707–1783

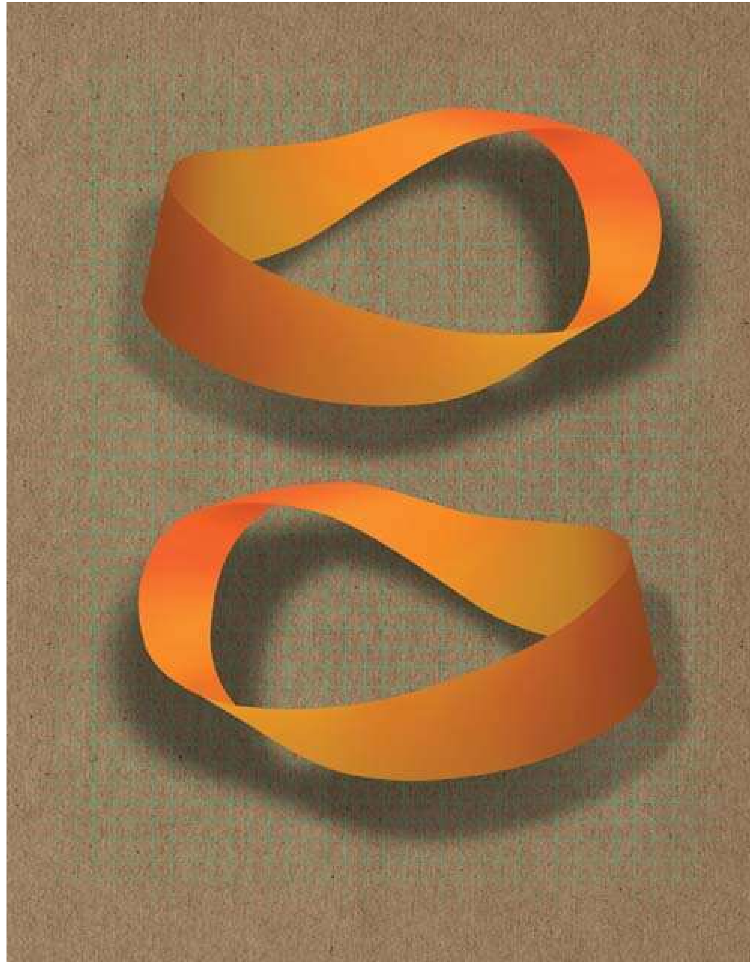
AUGUST FERDINAND MÔBIUS
1790–1868

JOHANN BENEDICT LISTING
1802–1882

FELIX KLEIN
1849–1925

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Une boucle tordue, dite ruban de Möbius, nous rend perplexe et nous enchante depuis plus d'une centaine d'années*.**

ARCHIMÈDE DE SYRACUSE

Dans l'imagination populaire, Archimède est cet ingénieur et inventeur qui s'extirpa de son bain, courut tout nu dans la rue, et cria « Eurêka ! » (J'ai trouvé !) Il avait découvert une façon de déterminer le volume d'un objet irrégulier en mesurant la quantité d'eau que celui-ci déplace. Cette histoire, comme beaucoup d'autres, est sans doute fausse. Toutefois, Archimède découvrit vraiment ce que l'on appelle maintenant le principe d'Archimède (la loi de l'hydrostatique) : le poids de l'eau qu'un corps déplace quand il est immergé dans un liquide équivaut au montant du poids qu'il perd en flottabilité. Ce célèbre mathématicien de la Grèce antique est aussi très connu pour sa pompe à vis éponyme (basée sur la propriété d'élévation de la spirale) et pour son explication du principe du levier. Il inventa aussi des armes militaires, comme la « griffe d'Archimède » (une grue qui sortait les bateaux ennemis de l'eau), et les « rayons de chaleur » (une grande rangée de miroirs dits « miroirs paraboliques » qui attrapent et concentrent les rayons du soleil afin d'enflammer une flotte de navires hostiles). Cependant, il est douteux que ces armes fonctionnèrent vraiment.

Bien que ses travaux fussent connus des savants grecs, consignés au VIe siècle, familiers des érudits du Moyen Âge, et que les mathématiciens modernes prirent conscience que ses inventions étaient basées sur la théorie mathématique du son, ce n'est pas avant 1906, quand le palimpseste d'Archimède fut découvert, que l'on mit en lumière son travail théorique. Dans les années 1910, on acheva certains déchiffrements mais les techniques modernes d'imagerie ont finalement révélé les méthodes d'Archimède : sa recherche d'une approximation de la valeur de p, sa méthode pour calculer la surface d'une parabole, l'invention de la myriade, et la preuve dont il fut le plus satisfait, qu'une sphère a deux tiers du volume et de la surface d'un cylindre de la même hauteur et diamètre (incluant la base). Une sphère et un cylindre furent gravés sur sa tombe (maintenant perdue) : après avoir été négligée, elle fut redécouverte et nettoyée par l'orateur Cicéron en 75 av. J.-C., et ce bien longtemps après la mort d'Archimède, tué par un soldat romain trop zélé pendant le siège de Syracuse.

287 env. av. J.-C.
Naissance à Syracuse

---

270 env. av. J.-C.

Étudie probablement à Alexandrie (Égypte)

---

212 env. av. J.-C.

Meurt au siège de Syracuse

---

530 env.

Pour la première fois, ses travaux sont rassemblés par Isidor de Miletus

---

VIe siècle

Eutocius d'Ascalon rédige des commentaires sur les ouvrages d'Archimède : *De la sphère et du cylindre, La quadrature de la parabole, Deux livres sur l'équilibre*.

1906

Le palimpseste d'Archimède est découvert à Constantinople

---

29 October, 2008

Toutes les données relatives au palimpseste d'Archimède sont disponibles sur internet *



* Voir : www.archimedespalimpsest.org et www.thewalters.org (The Walters Art Musueum, Baltimore). (N.D.T.)

FRACTALES

théorie en 30 secondes

Au tournant du XIXe et du XXe siècles, les mathématiciens conçurent une variété de constructions que les mathématiques de leur époque rendaient difficiles à comprendre. L'ensemble de Cantor est un ensemble infini de points obtenus en débutant avec un segment de ligne, en enlevant le tiers médian, en enlevant le tiers médian des deux morceaux restants, en enlevant le tiers médian des quatre morceaux restants, etc. Ce processus de répétition de la même étape, ou série d'étapes, se nomme itération. Il est au cœur des fractales. Des exemples précoces incluent les courbes comme celles de Koch et Peano, le triangle de Sierpinski (en lien avec le triangle de Pascal). Dans la courbe de Koch (reliée au flocon de neige de Koch), chaque segment constant est remplacé avec quatre tiers des segments de l'échelle à chaque itération, ainsi la longueur de la courbe augmente à chaque itération. On dit de ces objets qu'ils ont une dimension fractionnaire, par exemple entre celle d'une ligne régulière et le plan. Appliquer une itération à des fonctions simples comme $x \rightarrow x^2 + c$, où x et c sont des nombres complexes (ayant des parties réelles et imaginaires), et faire un graphique du résultat dans un plan complexe donne de beaux objets compliqués nommés ensembles de Julia. Grâce à un ordinateur, Benoît Mandelbrot visualisa ces ensembles, ainsi que l'ensemble de Mandelbrot, et développa les fractales comme une branche distincte de la géométrie en mathématiques.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Une fractale est un objet abstrait ou physique présentant des structures similaires à différents grossissements.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

L'idée de réitération d'un simple ensemble d'instructions pour créer des objets compliqués est vraiment efficace ; beaucoup d'objets dans la nature ont des caractéristiques fractales quelle que soit la gamme de grossissement. Ceci inclut les structures des branches des arbres, le réseau des rivières et le système circulatoire humain. La côte de la Grande-Bretagne est un exemple de courbe

fractale. Les surfaces fractales se retrouvent aussi bien dans les brocolis, les montagnes ou les nuages.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES IMAGINAIRES

INFINI

FONCTIONS

GRAPHIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

GEORG CANTOR
1845-1918

HELGE VON KOCH
1870-1924

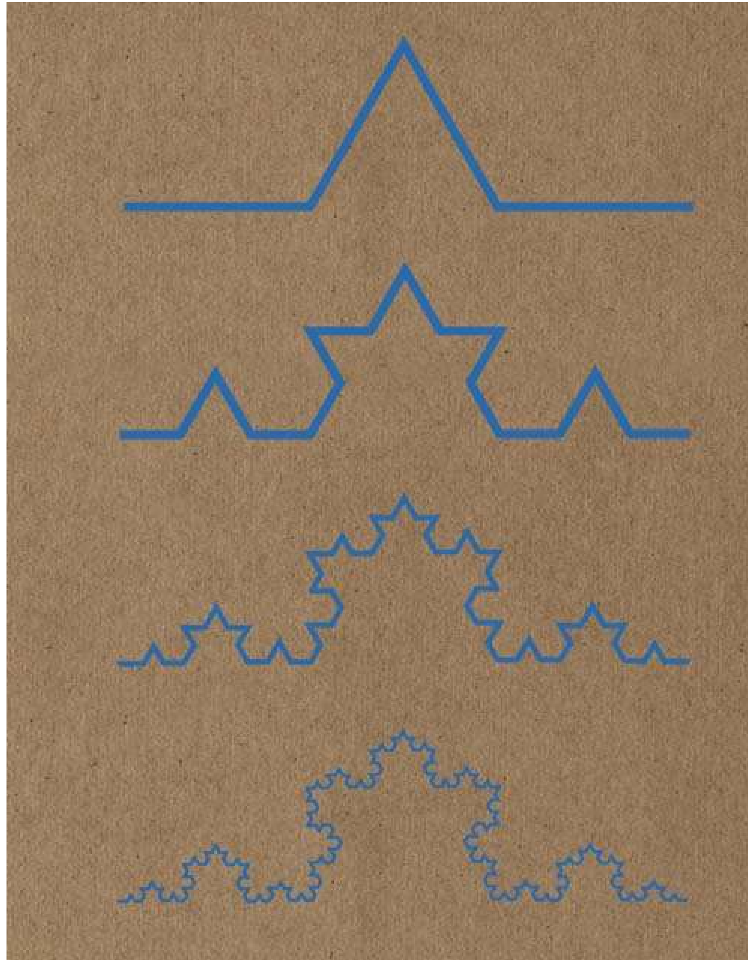
WACLAW SIERPINSKI
1882-1969

GASTON JULIA
1893-1978

BENOÎT MANDELBROT
1924-2010

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



***Les quatre premières étapes dans la construction itérative de la fractale classique connue sous le nom de courbe de Koch*.**

GÉOMÉTRIE DE L’ORIGAMI

théorie en 30 secondes

L’origami est un art japonais séculaire du pliage géométrique du papier. Récemment, les mathématiques de l’origami ont permis de grande avancées. Huzita, Justin et Hatori formulèrent des axiomes destinés à l’origami, similaires à ceux pour la géométrie. De surcroît, des théorèmes mathématiques ont prouvé, il y a quelques années, les questions théoriques relatives à l’origami. Les algorithmes qui aident à trouver des solutions optimales du pliage de figures complexes ont été développés par Lang et consorts, en parallèle à des programmes informatiques. Grâce à eux, on peut réaliser des modèles indiquant les plis montagne et vallée nécessaires à la création de la forme désirée. Tandis que l’origami traditionnel s’est focalisé sur des formes figuratives comme les animaux ou les fleurs, l’origami contemporain s’intéresse en premier aux formes géométriques. Dans les mosaïques ou damiers d’origami, on utilise un réseau de plis comme point de départ dans le but de créer des formes géométriques impliquant souvent des répétitions. Shuzo Fujimoto est un maître en la matière : c’est lui qui amorça cette branche de l’origami. Dans l’origami modulaire, les modules géométriques multiples sont chacun faits à partir d’une seule feuille de papier, puis combinés pour former des modèles complexes.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

La géométrie de l’origami est l’art mathématique de plier un carré de papier dans le but de créer une forme plus complexe.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

On utilise les mathématiques de l’origami pour résoudre certains problèmes d’ingénierie du monde réel. Un panneau solaire basé sur le pliage origami fut utilisé sur un satellite japonais. Les techniques de l’origami ont déterminé la base du pliage optimal d’un airbag lors de son déploiement au moment d’un accident de voiture. Un stent inspiré de l’origami a été développé afin d’agrandir les artères et les veines obstruées. Un télescope spatial est muni d’une fine lentille de plastique qui peut se déplier.

THÉORIES LIÉES
ALGORITHMES

ÉLÉMENTS D’EUCLIDE

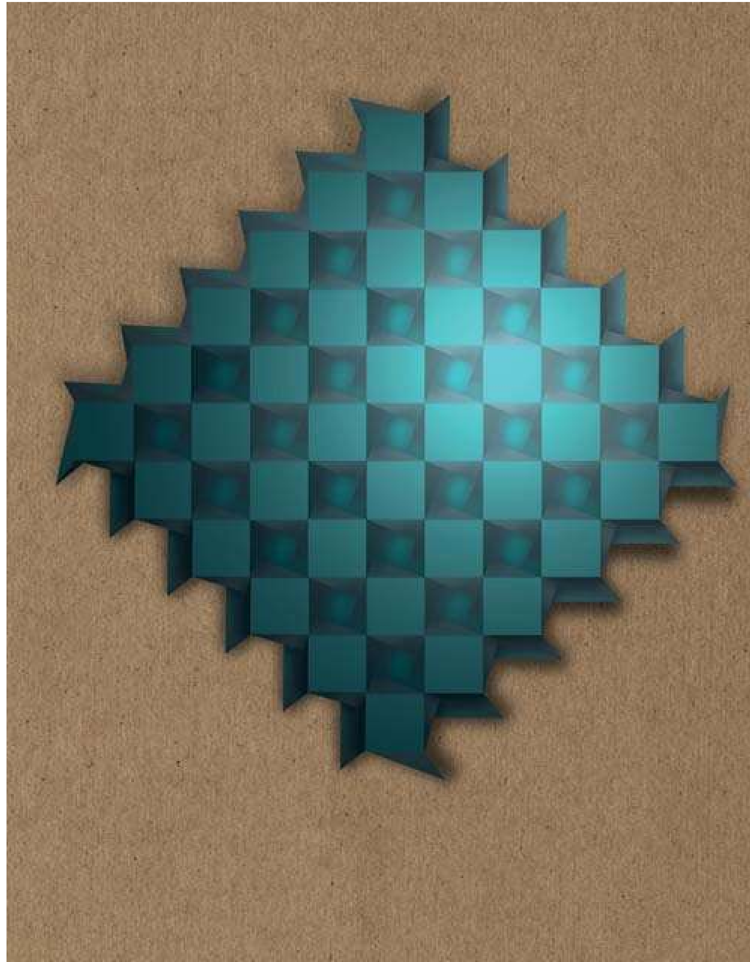
SOLIDES PLATONIQUES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES
SHUZO FUJIMOTO
1922–

HUMIAKI HUZITA
1924–2005

ROBERT LANG
1961–

TEXTE EN 30 SECONDES
Robert Fathauer



***Une mosaïque de tesselles en origami dans laquelle une seule feuille de papier a été pliée en carrés suivant un schéma répétitif*.**

LE RUBIK’S CUBE

théorie en 30 secondes

Le Rubik’s Cube fut inventé par Ernö Rubik en 1974 et fut mis en vente dans son pays natal à partir de 1977. Dès 1980, Ideal Toy Company le vendit à travers le monde entier. À l’heure actuelle, 300 millions d’exemplaires ont été distribués. Un pivot mécanique permet à chacune des 6 faces du Cube de tourner indépendamment. Il y a plus de 43 quintillions (10^{18}) de permutations possibles des 26 morceaux. Pour résoudre cela et obtenir le résultat désiré, il est plus facile de mémoriser des algorithmes. On peut ainsi tourner trois coins sans effectuer d’autres changements. David Singmaster composa un système de notation pour écrire les algorithmes. Il développa aussi une des solutions générales les plus populaires. Pour les mathématiciens, le Cube n’est rien de plus qu’une manifestation physique d’un groupe algébrique. De ce point de vue, l’analyse montre que la solution peut être trouvée en partant de toute position, et ce, en pas plus de 20 mouvements. C’est seulement en 2010 que l’on obtint la preuve mathématique de ce résultat. Le record du monde actuel, qui remonte au milieu de 2011, est détenu par Félix Zendegs en à peine sept secondes. Il existe aussi d’autres records de vitesse : yeux bandés, avec une seule main et même avec les pieds.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le Rubik’s Cube ® est une énigme de permutation mécanique qui se résout en déplaçant des blocs jusqu’à ce que chaque face de 3 × 3 cubes soit d’une couleur uniforme.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

En plus du Rubik’s Cube original de 3 × 3, il fut aussi produit des Cubes de 2 × 2, 4 × 4, 5 × 5, 6 × 6 et 7 × 7. Le nombre de permutations du Cube 7 × 7 va au-delà de 10^{160} (1 suivi par 160 zéros !). D’autres versions sont de 2 × 2 × 3, 3 × 3 × 2 et 3 × 3 × 4. Il en a été fabriqué aussi d’après les quatre autres solides platoniques (le tétraèdre, l’octaèdre, le dodécaèdre et l’icosaèdre). Il existe aussi d’autres variantes polyèdres du Cube : le rhombicuboctaèdre, le tétraèdre

tronqué, l’octaèdre tronqué, et le cuboctaèdre étoilé.

THÉORIES LIÉES

CALCULER LA COTE

ALGORITHMES

ENSEMBLES & GROUPES

SOLIDES PLATONIQUES

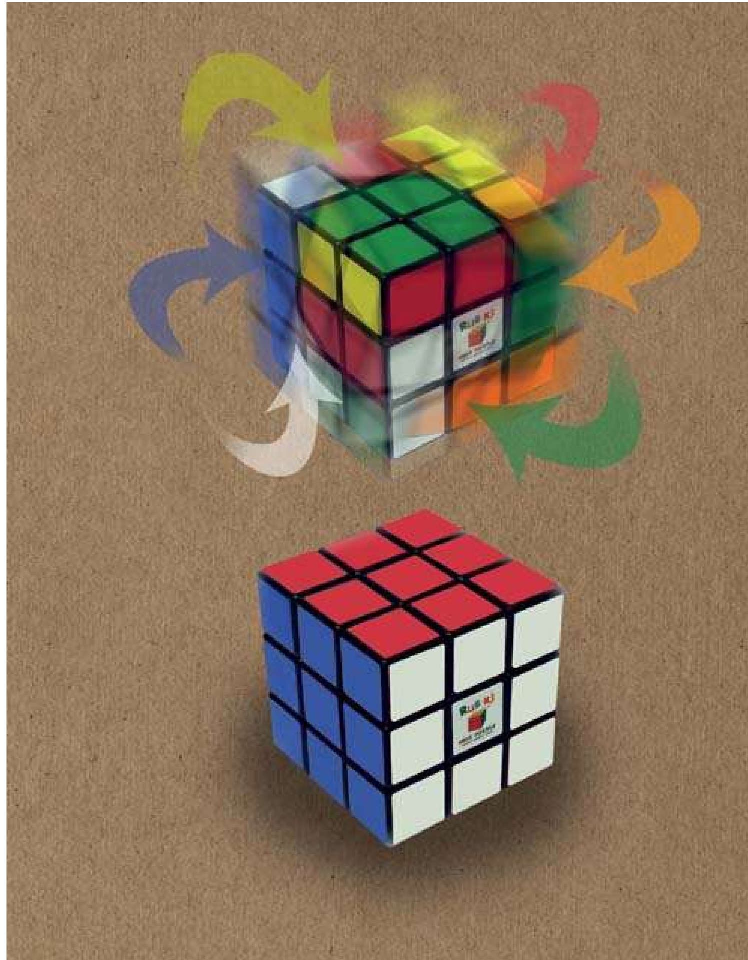
BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

DAVID SINGMASTER
1939–

ERNÖ RUBIK
1944–

TEXTE EN 30 SECONDES

Robert Fathauer



Dans un Rubik's Cube, une série de torsions sont mises à exécution dans le but d'arranger de nouveau un Cube mélangé et retrouver chaque face de la même couleur. Le nombre de permutations possibles est époustouflant : 43 quintillions !

LA THÉORIE DES NŒUDS

théorie en 30 secondes

Il existe de nombreuses variétés de nœuds : tout marin ou scout le sait. Ce qui diffère, c'est le nombre de fois que la ficelle passe et s'enroule autour d'elle-même. Dans la théorie des nœuds, la question principale est de connaître si deux nœuds ayant un aspect différent sont vraiment différents. Deux boucles nouées sont considérées identiques si une peut être tirée et étirée dans la forme de l'autre, sans coupe, ni colle. Le nœud le plus simple de tous est appelé non noué : une boucle non nouée plate. Mais là encore il existe une difficulté fondamentale : il est facile de faire en sorte que le nœud apparaisse parfaitement noué et enchevêtré (toute personne qui pêche vous le racontera). En 1984, la découverte du polynôme de Jones fut sensationnelle : elle assigne une expression algébrique à chaque nœud. Si deux nœuds ont des polynômes de Jones différents, ils ne sont pas pareils. Par exemple, cela fonctionne bien pour distinguer un nœud de son reflet dans un miroir, problème qui, auparavant, était très difficile. Toutefois, il n'existe encore aucune technique connue qui peut dire si deux nœuds sont identiques (certains nœuds reconnus comme étant différents ont les mêmes polynômes de Jones), ou même si tout nœud donné est vraiment noué !

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Coupez un morceau de ficelle, nouez des nœuds et rejoignez les extrémités. Comment pouvons-nous affirmer que deux boucles nouées soient réellement identiques ? Depuis plus d'un siècle cette énigme a rendu perplexes nombre de scientifiques.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Les mathématiques de la théorie des nœuds forment un point central dans le monde des sciences. Par exemple, les brins d'ADN de nos cellules sont constamment noués et non noués par une armée d'enzymes. Si l'ADN devient trop noué, les cellules meurent. Les biochimistes désirant comprendre l'action des enzymes doivent analyser mathématiquement les nœuds résultants.

THÉORIES LIÉES

TOPOLOGIE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

WILLIAM THOMSON
(LORD KELVIN)
1824–1907

JAMES WADDELL ALEXANDER
1888-1971

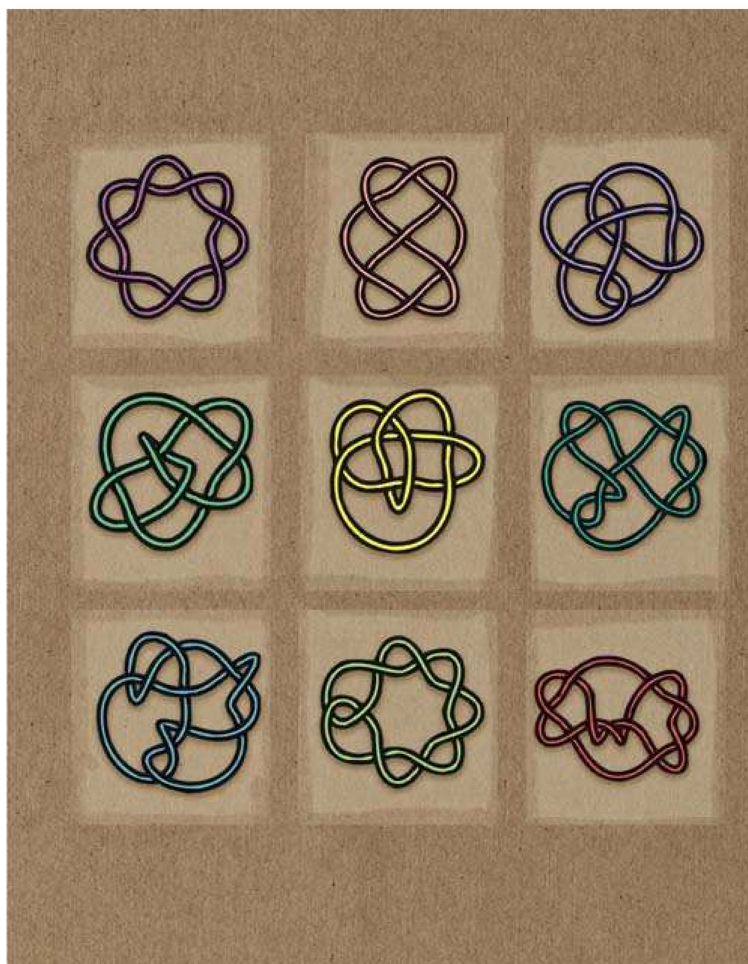
JOHN CONWAY
1937–

LOUIS KAUFFMAN
1945–

VAUGHAN JONES
1952–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Les nœuds peuvent prendre diverses formes. Et il est bien compliqué d'affirmer que deux enchevêtrements sont réellement identiques*.**

PREUVES & THÉORÈMES

PREUVES & THÉORÈMES
GLOSSAIRE

axiome Proposition ou énoncé vrai en lui-même ou bien ayant été accepté comme vrai mais sans preuve.

bouteille de Klein Objet muni d'une surface fermée n'ayant qu'un seul côté et n'ayant pas d'arêtes. Une bouteille de Klein ne peut être visualisée en trois dimensions sans autointersections. Elle doit son nom au mathématicien allemand Felix Klein qui la décrivit pour la première fois en 1882.

équation linéaire Toute équation qui, lorsqu'elle est tracée sur un graphique, devient une ligne droite, d'où le mot linéaire. Les équations linéaires sont faites de termes qui sont soit des constantes, soit des produits d'une constante ou d'une variable.

hypersphère Version en trois dimensions d'une sphère en deux dimensions (surface d'un globe). C'est une variété compacte sans frontière ou trous. L'hypersphère peut être visualisée seulement en quatre dimensions (ou plus) Voir aussi variété.

nombre complexe Tout nombre comprenant des composants de nombres réels et de nombres imaginaires, comme $a + bi$, où a et b sont des nombres réels et i représente $\sqrt{-1}$.

nombre décimal Tout nombre doté d'un nombre fini de chiffres après la virgule ; par exemple : 10,256.

nombre entier Voir nombre naturel.

nombre naturel Connu aussi sous le nom de nombre entier. Tout entier positif sur une droite de nombres réels ou continuum. Concernant 0, les opinions varient pour savoir s'il fait partie ou non des nombres naturels.

nombre premier Tout entier positif divisible seulement par 1 ou lui-même.

nombre réel Tout nombre exprimant une quantité le long d'une droite de nombres réels. Les nombres réels incluent tous les nombres rationnels (nombres exprimables en taux ou en fraction) et les nombres irrationnels (ces nombres qui ne peuvent être écrits comme une fraction, comme √2).

ruban de Möbius Surface ayant un côté et une arête (bord) en continu. On peut le réaliser en tordant une pièce rectangulaire de papier puis en joignant ensemble les deux extrémités.

solution non triviale Toute solution à une équation linéaire dans laquelle toutes les variables de l'équation ne comptent pas simultanément comme zéro. Une solution dans laquelle toutes les variables comptent comme zéro est dite triviale.

théorème Vérité mathématiquement non évidente en elle-même, vérité pouvant être établie par une combinaison de faits et/ou d'axiomes antérieurement acceptés.

théorie algébrique des nombres Branche des mathématiques portant d'abord sur les propriétés et les relations des nombres algébriques (tout nombre étant la racine d'un polynôme non-zéro ayant des coefficients entiers).

théorie de la preuve Branche de la logique mathématique décrivant les preuves comme des entités mathématiques de plein droit. La théorie de la preuve joue un rôle fondamental dans la philosophie des mathématiques.

tore En géométrie, figure en forme de beignet.

triplet pythagoricien Tout ensemble de trois entiers positifs (a, *b*, et *c*) qui suit la règle $a^2 + b^2 = c^2$. Le plus petit et le plus célèbre des triplets de Pythagore est 3, 4 et 5 puisque $3^2 + 4^2 = 5^2$.

variété Une variété est une forme où chaque région ressemble à un espace ordinaire euclidien (ou réel). Les variétés existent dans toute dimension. Une courbe (par exemple, un cercle) est une variété unidimensionnelle, puisque chaque petite région ressemble à une ligne unidimensionnelle. Une variété à deux dimensions est une surface (par exemple, une sphère) où chaque parcelle apparaît comme une pièce d'un plan à deux dimensions. Une hypersphère est un exemple de variété à trois dimensions, puisque chaque petite région ressemble à

un espace ordinaire en trois dimensions. Voir aussi hypersphère.

LE DERNIER THÉORÈME DE FERMAT

théorie en 30 secondes

Au XVIIe siècle, Pierre de Fermat, homme de loi et mathématicien amateur, travaillait sur un exemplaire de l'Arithmetica de Diophante lorsqu'il tomba sur une section concernant les triplets de Pythagore (carrés de nombres entiers s'ajoutant à un carré : $3^2 + 4^2 = 5^2$). Une formule de ces genres de triplets apparaît dans les *Éléments* d'Euclide. Fermat affirma qu'aucun de ces triplets ne seraient trouvés si, au lieu de carrés, on utilisait des cubes, ou des puissances quatre, etc. Il écrivit sur son exemplaire de l'Arithmetica qu'il avait une preuve merveilleuse de son affirmation, mais que la marge du livre était trop étroite pour la contenir. Des centaines de mathématiciens passèrent des milliers d'heures à tenter de découvrir cette preuve ; au mieux, ils ne furent capables que de démontrer qu'une équation n'avait pas de solutions pour des exposants spécifiques. Plus tard dans sa vie, Fermat lui-même publia une preuve pour le cas $n = 4$. Des poids lourds tels Euler et Gauss prouvèrent aussi quelques cas spécifiques. Au début du XIXe siècle, Sophie Germain effectua la première tentative sophistiquée pour résoudre le cas général pour tous les *n*. Le dernier théorème de Fermat resta à l'état de conjecture jusqu'en 1994 lorsque le mathématicien anglais Andrew Wiles finit par le prouver.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Il n'existe pas de solutions (non triviales) en nombres entiers à cette équation $x^n + y^n = z^n$ sin > 2. Il a fallu trois siècles aux mathématiciens pour prouver que ce simple énoncé est vrai.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

L'affirmation de Fermat n'a pas de bénéfice pratique évident. Toutefois, la nature insaisissable d'une preuve a enflammé l'imagination de générations de mathématiciens. Il est aisé d'arguer que le domaine des mathématiques appelé « théorie algébrique des nombres » est né pour aborder cette seule question et fournir des applications de grande importance. Le travail de Wiles fut si original

qu’il fit la une du *New York Times*.

THÉORIES LIÉES

THÉORIE DES NOMBRES

ÉLÉMENTS D’EUCLIDE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

PIERRE DE FERMAT

1601–1665

SOPHIE GERMAIN

1776–1831

CARL FRIEDRICH GAUSS

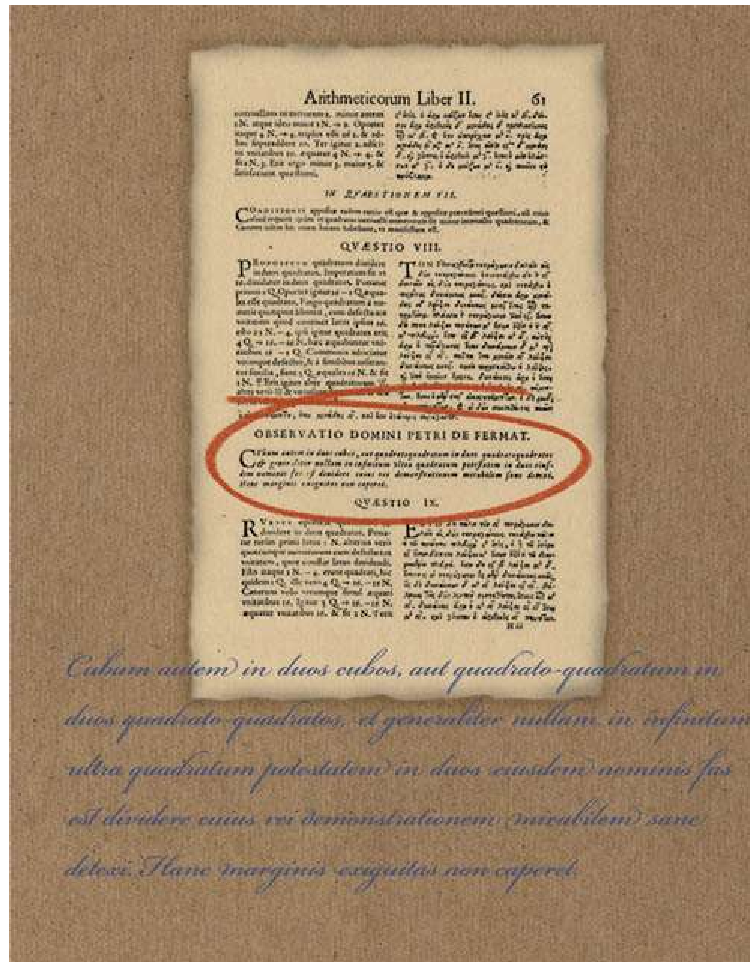
1777–1855

ANDREW WILES

1953–

TEXTE EN 30 SECONDES

David Perry



***C'est après sa mort que l'on découvrit une note marginale de Fermat. Le premier article de Andrew Wiles sur la preuve du théorème de Fermat comptait 108 pages – les marges sont vides*.**

PIERRE DE FERMAT

Grâce au mystère qui a entouré durant des siècles son théorème éponyme, Fermat est le plus connu des mathématiciens parmi les non-mathématiciens. Bien qu'il apporta des contributions originales et importantes dans les domaines de la géométrie, des probabilités, de la physique et du calcul infinitésimal, et qu'il est maintenant salué comme le fondateur de la théorie moderne des nombres, Fermat garda toute sa vie, et avec acharnement, son statut d'amateur. Il communiqua toutes ses idées et découvertes par correspondance et sous une forme manuscrite. Il évita toute publication durant son vivant, peut-être parce qu'il ne voulait pas que ses notes et théories soient imprimées officiellement. Comme son mentor, François Viète (1540-1603), il fut un homme de loi, conseiller au parlement de Toulouse. Il se tint à l'écart du monde académique afin de ne pas avoir besoin de démontrer rigoureusement ses preuves ou de souffrir de l'examen de ses pairs. En effet, certains de ses collègues murmuraient d'un air conspirateur que, s'il ne produisait aucune preuve, c'est qu'il n'en avait pas et ils l'accusaient de les défier avec des problèmes trop difficiles à résoudre ! Fermat riposta en prouvant que certains problèmes n'ont pas de solutions. Il fut hautement considéré par les célébrités du moment comme Beaugard, Cavanci, et Mersenne, lorsqu'il vécut et travailla à Paris. Newton affirma publiquement qu'il n'aurait jamais découvert le calcul différentiel sans les travaux de pionnier de Fermat concernant les courbes et les tangentes et le remercia pour le progrès qu'il apporta grâce au concept d'adégalité *. Il entretint avec plaisir une correspondance avec Pascal sur le problème des jeux et des principes de la théorie des probabilités. Inévitablement, Fermat entra en conflit avec Descartes (sûrement le plus irascible des mathématiciens !), au sujet de la théorie géométrique. Il le vainquit en mettant en lumière sa propre théorie une année avant que le philosophe ne publia la sienne. Fermat avait raison mais Descartes, homme de l'establishment, usa de son influence et de ses relations pour noircir le nom de Fermat et répéter des inanités entachant sa réputation. Controversé, brillant et énigmatique jusqu'à la fin, Fermat quitta ce monde en laissant derrière lui une autre énigme : son fameux « dernier théorème », gribouillé en marge d'un de ses recueils de notes et resté irrésolu pendant plus de 300 ans après sa mort.

17 août 1601
Naissance à Beaumont de Lomagne, Tarn-et-Garonne

1620s
Étudie à Bordeaux

1631
Diplômé de droit civil, université d'Orléans

1636
Engagé à la Bibliothèque royale

1636
Son manuscrit, *De Locis planis* (Des lieux plans), circule, anticipant *La géométrie* de Descartes

1654
Correspond avec Pascal sur la théorie des probabilités

1656
Correspond avec Huygens

1659
Notes sur les découvertes en science des nombres, envoyé à Huygens et Carcavi

12 January 1665
Décès à Castres

1670
Édition de l'Arithmetica de Diophante, publié par Samuel Fermat, annoté par Pierre de Fermat

1679
De Locis planis (Des lieux plans) publié à titre posthume dans *Varia opera*

1994

Andrew Wiles prouve le « dernier théorème de Fermat ·



* Adégalité : égalité approximative. Fermat affirma l’avoir empruntée à Diophante (N.D.T.).

LE PROBLÉME DE LA CARTE EN QUATRE COULEURS

théorie en 30 secondes

Vous avez dessiné une carte du monde et vous désirez la rendre plus esthétique en coloriant chaque pays. Vous décidez que deux pays frontaliers ne peuvent partager la même couleur. France, Belgique, Allemagne et Luxembourg ont chacun leur couleur car chacun d'entre eux partage une frontière avec les trois autres. Il vous faut donc au moins quatre couleurs différentes. À un moment, serez-vous obligé d'utiliser une cinquième couleur ? Le théorème des quatre couleurs affirme que non. Peu importe la grandeur ou la complication de votre carte : aussi longtemps que chaque pays est une région contiguë, vous n'aurez besoin que de quatre couleurs. Malgré cette simple affirmation, le théorème en quatre couleurs est extrêmement difficile à prouver. Ce n'est qu'en 1976, cent ans après, qu'il fut énoncé pour la première fois que les mathématiciens américains Kenneth Appel et Wolfgang Haken le prouvèrent. Tandis que quatre couleurs sont suffisantes pour colorier une carte géographique sur une sphère ou un plan, ce n'est pas le cas pour des cartes d'un autre type de surface. Les cartographes coloriant un tore ont besoin de sept couleurs, tandis que le ruban de Möbius en nécessite six.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Sur une carte de géographie, vous n'aurez besoin que de quatre couleurs pour colorier les pays en faisant attention qu'aucun pays attenant n'ait la même couleur ; pourquoi jamais une cinquième ?

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Le théorème des quatre couleurs est le premier théorème majeur qui fut prouvé par ordinateur. Appel et Haken trouvèrent un argument mathématique réduisant le sujet venant de toutes les cartes possibles à une propriété de plusieurs cartes particulières, et qu'un ordinateur peut vérifier. L'utilisation de cette technologie naissante suscita un débat toujours d'actualité : les preuves obtenues grâce à un ordinateur doivent-elles être acceptées comme une preuve mathématique valide ?

THÉORIES LIÉES

TOPOLOGIE

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

WOLFGANG HAKEN

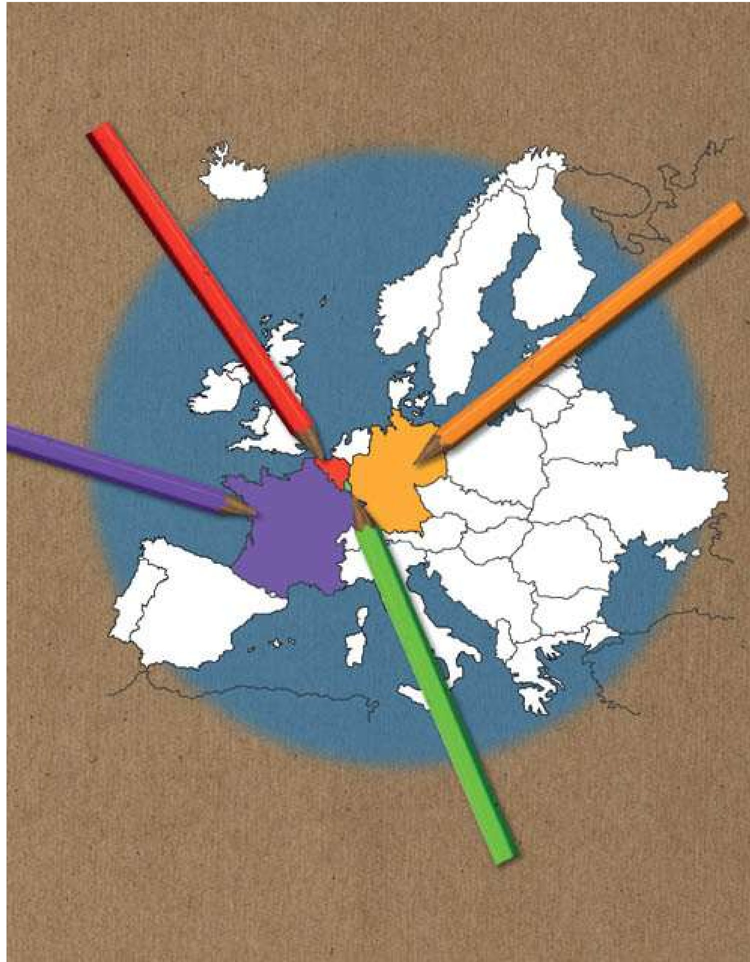
1928–

KENNETH APPEL

1932–

TEXTE EN 30 SECONDES

Jamie Pommersheim



***Lorsque l'on colorie une carte géographique, seulement quatre couleurs sont nécessaires pour que deux pays limitrophes n'aient pas la même couleur. Cela prit un siècle aux mathématiciens pour prouver qu'une cinquième couleur était inutile*.**

LE PROGRAMME DE HILBERT

théorie en 30 secondes

Au début du XXe siècle, les mathématiques vécurent une « crise fondamentale ». Tandis que des mathématiciens résolvaient des problèmes de plus en plus complexes, certaines questions de base demeuraient sans réponse. D’où venaient les nombres ? Quelles sont leurs lois fondamentales ? Pourquoi certaines questions concernant les nombres sont-elles si extraordinairement difficiles ? Confronté à ces défis, David Hilbert lança une audacieuse idée. Il voulut démonter les mathématiques jusqu’à l’os en n’en gardant que l’essentiel et en les traitant simplement comme un jeu. Comme les échecs sont joués avec des pions et des tours, le jeu des mathématiques a ses symboles et ses composants de base : 0, 1, +, ×, =, etc. En réduisant les mathématiques à un jeu de symboles et en oubliant leur « signification », Hilbert pensait découvrir leurs règles fondamentales. Il espérait qu’une stratégie gagnante émergerait. Ce serait une méthode unique qui déterminerait si tout énoncé concernant les nombres est vrai ou faux. Malheureusement, le programme de Hilbert ne fut jamais réalisé. Le théorème d’incomplétude de Kurt Gödel démontra qu’un ensemble complet de règles ne pourra jamais être connu. Plus tard, le travail d’Alan Turing sur les algorithmes démontra qu’il ne pourrait jamais y avoir une procédure seule capable d’évaluer la vérité de tout énoncé mathématique.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

David Hilbert désirait utiliser la logique sous-jacente de la structure de l’arithmétique dans le but de trouver la théorie extrême des mathématiques. Hélas, ses plans ne virent jamais le jour.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Bien que le programme de Hilbert ne lui permît pas de réaliser ses grands espoirs, son travail eut un impact durable sur les mathématiques. Son approche « formaliste » de la manière de traiter les systèmes numériques comme des jeux provoqua un nouvel intérêt pour la logique mathématique. Bien qu’un simple programme d’ordinateur ou algorithme ne résoudra jamais tous les problèmes

mathématiques, plusieurs sous-classes spéciales de problèmes peuvent être résolues ainsi. À partir du programme de Hilbert, les mathématiciens actuels continuent de récolter des résultats positifs.

THÉORIES LIÉES

ALGORITHMES

LE THÉORÈME D'INCOMPLÉTUDE DE GÖDEL

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

DAVID HILBERT
1862–1943

WILHELM ACKERMANN
1896–1962

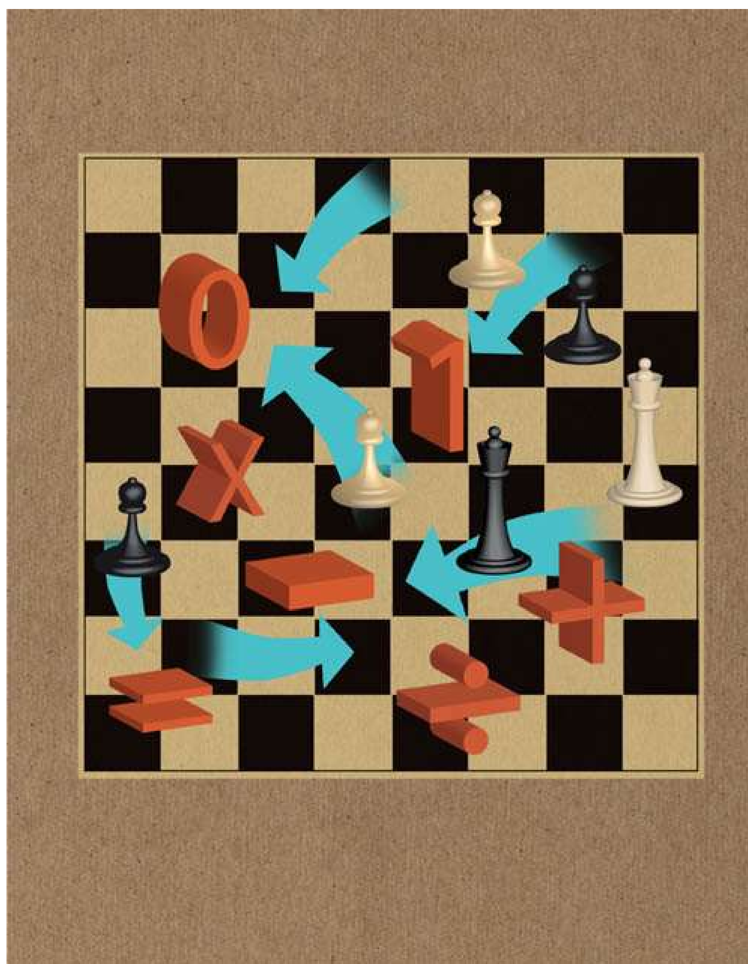
JOHN VON NEUMANN
1903–1957

KURT GÖDEL
1906–1978

ALAN TURING
1912–1954

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



À l'instar des échecs, les mathématiques ne sont qu'un jeu. Mais quelles en sont les règles ?

LE THEOREME D’INCOMPLETUDE DE GÔDEL

théorie en 30 secondes

La pièce centrale des mathématiques est l’arithmétique : le système des nombres entiers 0, 1, 2, 3… et leurs combinaisons bien connues : addition, soustraction, multiplication et division. Depuis des milliers d’années, les mathématiciens se battent avec ce système. À la fin du XIXe siècle, ils se focalisèrent sur l’idée d’en trouver les lois fondamentales. Ils recherchèrent une liste de règles de base pour l’arithmétique, de laquelle tous les théorèmes pourraient être déduits logiquement. Plusieurs règlements apparurent, notamment l’ouvrage en trois volumes intitulé *Principia Mathematica* de Bertrand Russel et Alfred North Whitehead. Ils pensaient construire toutes les mathématiques en partant d’une liste de suppositions fondamentales. Mais, en 1931, Kurt Gödel prouva que tous ces efforts étaient vains. Il prouva un théorème établissant l’impossibilité d’écrire une liste complète des règles de l’arithmétique. Toute tentative serait automatiquement « incomplète ». Il manquera toujours un énoncé concernant les nombres entiers : même vrai, il ne pourra être déduit des lois données. Bien sûr, vous pourriez développer le règlement pour incorporer cet énoncé comme une nouvelle loi, mais cela devrait laisser d’autres trous dans la théorie. Le théorème de Gödel garantit que vous ne pourrez jamais espérer les boucher tous.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Kurt Gödel stupéfia le monde en révélant que personne ne sera jamais capable de noter un ensemble complet de lois des nombres.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Bien que Gödel nous assure qu’aucun ouvrage complet de règles d’arithmétique ne sera jamais écrit, une hiérarchie de systèmes logiques d’arithmétique a été construit a posteriori, où chaque système bouche les nombreux trous du système en-dessous. Le sujet de la « théorie de la preuve » compare les forces logiques de ces différents systèmes. Les mathématiciens qui sont contre, ont pour but de comprendre où s’accordent les résultats des mathématiques classiques, disant

exactement quelles suppositions sous-jacentes sont nécessaires pour prouver un théorème donné.

THÉORIES LIÉES

INFINI

ALGORITHMES

LE PROGRAMME DE HILBERT

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

ALFRED TARSKI
1902–1983

JOHN VON NEUMANN
1903–1957

KURT GöDEL
1906–1978

JOHN BARKLEY ROSSER
1907–1989

GERHARD GENTZEN
1909–1945

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***L'arithmétique est plein d'intervalles (trous). Et il y en aura toujours, même si beaucoup de logiciens les bouchent*.**

LA CONJECTURE DE POINCARÉ

théorie en 30 secondes

La surface d’une sphère ne contient pas de trous. Ceci est évident. Mais, que signifie pour une surface ne pas avoir de trous ? La définition mathématique est la suivante : si vous dessinez une boucle sur une sphère, on peut continuer jusqu’à ce qu’elle diminue pour devenir un seul point. Sur un tore (surface d’un beignet) cela ne fonctionnera pas toujours ; une boucle encerclant la forme sera coincée autour de son trou. Pour les mathématiciens « pas de trous » signifie que toutes les boucles sont contractées. Un tore double a aussi des trous, comme la bouteille de Klein. Depuis le début du XIXe siècle nous savons que la sphère est réellement la seule surface fermée sans trous, si on la regarde du point de vue de la topologie (ou géométrie de la feuille de caoutchouc). Cela signifie que chaque surface fermée sans trous, comme le cube, peut être étirée en forme de sphère. Les surfaces sont à deux dimensions. Poincaré affirmait que si la même chose restait vraie quand nous passions en trois dimensions, les surfaces étaient remplacées par des formes appelées « variétés ». Poincaré croyait que seulement la variété en trois dimensions sans trous était l’« hypersphère », la plus grande sœur de la sphère ordinaire. Grigori Perelman en apporta finalement la preuve en 2003.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le mathématicien Henri Poincaré croyait que les sphères, de toutes dimensions, étaient les seules qui ne contenaient aucun trou. Un siècle plus tard, on lui donna raison.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

La conjecture de Poincaré peut être établie pour les variétés dans les plus grandes dimensions. En 1961, Steven Smale et Max Newman prouvèrent que, quelle que soit la dimension de cinq ou au-delà, les hypersphères sont vraiment les seules formes sans trous. Puis, en 1982, Michael Freedman prouva que la même chose est exacte en quatre dimensions. Ainsi, la version tridimensionnelle, celle qui avait le plus intéressé Poincaré, était en fait la pièce finale du puzzle.

THÉORIES LIÉES

TOPOLOGIE

LE RUBAN DE MÖBIUS

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

JULES HENRI POINCARÉ

1854–1912

STEPHEN SMALE

1930–

RICHARD HAMILTON

1943–

MICHAEL FREEDMAN

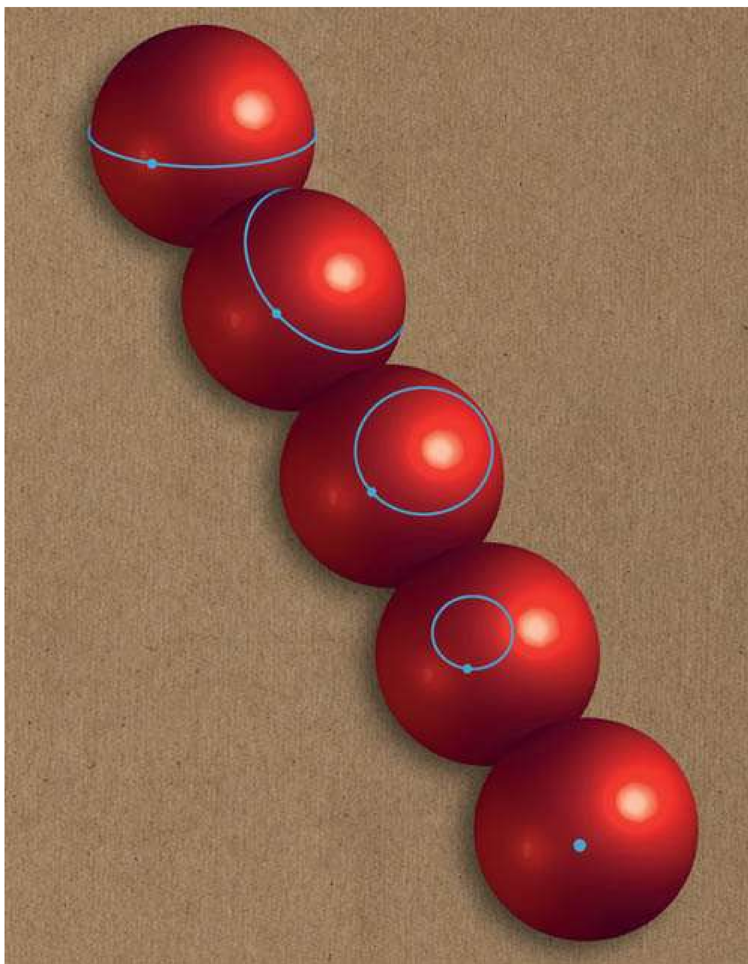
1951–

GRIGORI PERELMAN

1966–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Si chaque boucle peut aller en diminuant vers rien, alors la forme ne peut qu'être une sphère*.**

L’HYPOTHÈSE DU CONTINUUM

théorie en 30 secondes

La liste des nombres naturels n’a pas de fin : 1, 2 3, 4, 5… Il existe aussi à l’infini beaucoup de nombres réels (nombres décimaux comme 5 ou π ou 0,12345678910111121314…). Ces deux types d’infini sont connus respectivement sous le nom d’« infini dénombrable » et de « continuum ». À la consternation générale de ses contemporains, Georg Cantor prouva que tout cela avait des tailles différentes. La série des nombres décimaux est d’un infini plus grand que celui des nombres entiers. Cantor poursuivit en identifiant plus de niveaux d’infini que ces deux-là (infiniment, en fait). Mais, pour la plupart des mathématiciens ordinaires, ce sont les deux plus importants types d’infini. Cantor avait vu que le continuum est d’un infini plus grand que le niveau dénombrable. Mais, ce qu’il ignorait, c’est s’il existait ou pas des niveaux intermédiaires entre les deux. Il croyait que non et c’est cette conjecture que l’on nomma « hypothèse du continuum ». Le débat resta ouvert jusqu’en 1963, lorsque le mathématicien américain Paul Cohen prouva un résultat choquant : l’hypothèse du continuum est formellement impossible à décider. Cela signifie que, compte tenu de l’ensemble de toutes les lois mathématiques, l’hypothèse du continuum n’est ni prouvable ni improuvable.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Le mathématicien allemand Georg Cantor découvrit que l’infini se présente en beaucoup de variétés. La façon dont ces différents niveaux d’infini sont reliés entre eux demeure encore un mystère.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Le legs de Cantor est un des rares points où les mathématiques rencontrent l’idéologie. Un contemporain de Cantor, Leopold Kronecker démolit le sujet dans sa totalité en affirmant que « Dieu a créé les entiers [nombres entiers], tout le reste est l’œuvre de l’être humain ». David Hilbert, lui, déclara : « Personne ne nous expulsera du paradis que Cantor a créé. » Ces divergences d’opinion sont toujours de mise. Pendant que certains théoriciens des ensembles recherchent de

nouvelles lois qui permettraient à l'hypothèse du continuum d'être tranchée, d'autres affirment que nous ne le saurons jamais.

THÉORIES LIÉES

INFINI

LE PROGRAMME DE HILBERT

LE THÉORÈME D'INCOMPLÉTUDE DE GÖDEL

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

GEORG CANTOR
1845–1918

KURT GÖDEL
1906–1978

PAUL COHEN
1934–2007

HUGH WOODIN
1955–

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



L'infini se présente sous différentes tailles. Comment savons-nous que nous les avons toutes trouvées ?

L’HYPOTHÈSE DE RIEMANN

théorie en 30 secondes

De nos jours encore, les nombres premiers restent un des principaux soucis des mathématiciens. Le trouble réside dans le fait qu’ils sont trop imprévisibles. Il est très difficile de dire quand le prochain nombre premier apparaîtra : parfois, ils apparaissent serrés et rapides (par exemple : 191, 193, 197, 199) et à d’autres moments il y a de nombreux intervalles entre eux (par exemple : 773, 787, 797, 809). En 1859, Bernhard Riemann produisit une formule donnant un sens à ce chaos. C’était exactement ce que les mathématiciens recherchaient. Elle affirmait la quantité exacte de nombres premiers en-dessous de toute limite, et par ce moyen prédit le prochain nombre premier avec son exactitude complète. Bien que les expérimentations suggérèrent qu’elle fonctionnait parfaitement, Riemann ne fut pas capable de prouver qu’elle pourrait toujours donner la bonne réponse. La formule est centrée sur un mystérieux objet, dénommé « fonction zêta de Riemann ». Une fonction est une règle qui prend un nombre comme une entrée et expulse un autre en tant que sortie. Dans le cas de Riemann, cette fonction possède à la fois des entrées et des sorties pour tous les nombres complexes (voir Nombres imaginaires). Ce que Riemann avait besoin de savoir était laquelle des entrées produisait zéro. Il croyait et émit l’hypothèse que tous les zéros importants se déployaient sur une ligne verticale qui atteint l’axe réel (a) à 1/2, doublant la « ligne critique ». Lui et personne d’autres n’ont jamais prouvé que cela est exact.

CONDENSÉ EN 3 SECONDES

Bernhard Riemann formula une règle décrivant la distribution des nombres premiers. Elle fonctionne mais personne n’a pu prouver qu’elle est correcte.

RÉFLEXION EN 3 MINUTES

Bien que l’hypothèse de Riemann n’a pas été prouvée, ses idées furent suffisantes pour prouver un résultat important plus étendu : le théorème des nombres premiers. Supposé par Gauss en 1849, il fournit une excellente estimation du nombre de nombres premiers inférieurs à une taille donnée. Cela

n’est pas exact mais bon jusqu’à un certain niveau élevé d’exactitude. Gauss ne fut pas capable de le prouver. En 1896, Hadamard et de la Vallée-Poussin, le déduisirent indépendamment, en rétrécissant les zéros de Riemann à l’intérieur d’une bande critique entre 0 et 1.

THÉORIES LIÉES

NOMBRES IMAGINAIRES

NOMBRES PREMIERS

THÉORIE DES NOMBRES

BIOGRAPHIES EN 3 SECONDES

CARL FRIEDRICH GAUSS
1777–1855

BERNHARD RIEMANN
1826–1866

JACQUES HADAMARD
1865–1963

CHARLES DE LA VALLÉE-POUSSIN
1866–1962

TEXTE EN 30 SECONDES

Richard Elwes



***Est-ce que les zéros de Riemann s'étendent tous sur la ligne verticale à 1/2 ? Cette question se tient entre nous et les mystères des nombres premiers*.**

APPENDICES

SOURCES

LIVRES

Abbott (Edwin), *Flatland : A Romance of Many Dimensions*, Oxford University Press, 2008.

Allen Paulos (John), *Innumeracy : Mathematical Illiteracy and its Consequences*, Hill and Wang, 1988.

Crilly (Tony), *50 Mathematical Ideas You Really Need to Know*, Quercus, 2008.

Conway (John H.) & Guy (Richard K.), *The Book of Numbers*, Copernicus, 1998.

Elwes (Richard), *How to Build a Brain*, Quercus, 2011.

Elwes (Richard), *Maths 1001*, Quercus, 2010.

Fathauer (Robert), *Designing and Drawing Tessellations*, Tessellations, 2010.

Fathauer (Robert), *Fractal Trees*, Tarquin Publications, 2011.

Gardner (Martin), *The Colossal Book of Mathematics*, W.W. Norton & Co., 2004.

Gardner (Martin), *Mathematical Puzzles and Diversions*, Penguin, 1991.

Gowers (Timothy), sous la direction de, *The Princeton Companion to Mathematics*, Princeton University Press, 2008.

Hoffman (Paul), *The Man Who Loved Only Numbers*, Fourth Estate, 1998.

Hofstadter (Douglas), *Gödel, Escher, Bach :Les brins d'une guirlande éternelle*, Paris, Inter Editions, 1979.

Maor (Eli), *e : The Story of a Number*, Princeton University Press, 1998.

Pommersheim (James), Marks (Tim), Flapan (Erica), *Number Theory : A Lively Introduction with Proofs, Applications, and Stories*, John Wiley & Sons, 2010.

Singh (Simon), *Le Dernier Théorème de Fermat*, Paris, Hachette, 1999.

Smullyab (Raymond), *What Is the Name of This Book ? The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles*, Penguin Books, 1981.

SITES INTERNET

+ Plus Magazine http://plus.maths.org/content/ Magazine internet sur les mathématiques, comprenant les dernières actualités des mathématiques ainsi que des articles écrits par de brillants mathématiciens et des journalistes scientifiques.

Cut the Knot http://www.cut-the-knot.org/ Encyclopédie de sources concernant les mathématiques, pour tous les niveaux. Jeux d'arithmétique, problèmes, puzzles, et articles.

McTutor History of Mathematics Archive http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/ Archives de mathématiques expliquant le développement des mathématiques, avec des biographies de célèbres mathématiciens.

Math is Fun http://www.mathsisfun.com/ Sources concernant les mathématiques destinées aux enfants, enseignants et parents, avec un dictionnaire pratique illustré.

The Mathematica Demonstrations Project http://demonstrations.wolfram.com/ Animations relatives à de nombreux sujets mathématiques.

Planet Math http://planetmath.org/

Communauté virtuelle qui désire rendre plus accessible la connaissance des mathématiques.

Wolfram MathWorld http://mathworld.wolfram.com/ Documentation très importante sur les mathématiques ; la plus grande collection mondiale de formules et de graphiques mathématiques.

NOTES À PROPOS DES CONTRIBUTEURS

Richard Brown est membre de la faculté et directeur des études de licence du département de mathématiques à la John University de Baltimore, Maryland. Ses recherches en mathématiques impliquent l'utilisation de systèmes dynamiques dans le but d'étudier les propriétés topologiques et géométriques des surfaces. En effet, il étudie comment les transformations topologiques de l'espace affectent la géométrie de cet espace. Il est aussi très actif dans l'étude et l'amélioration de l'efficacité de l'éducation universitaire, au niveau licence, et comment les étudiants gèrent la difficile transition entre les cours de mathématiques de l'école secondaire et ceux donnés à l'université.

Richard Elwes est un mathématicien et un enseignant. Logicien de formation, il a publié plusieurs articles sur l'algèbre théorétique. Parmi se ouvrages, on citera *Maths 1001* et *How To Build a Brain*. Il écrit régulièrement dans le magazine *New Scientist* et apprécie de participer à des entretiens ou de donner des *masterclasses* dans des écoles ou devant le grand public. Il a fait des apparitions à la BBC World Service et dans des podcasts du Guardian's Science Weekly. Il travaille régulièrement comme assistant d'enseignement à l'université de Leeds, où il vit avec son épouse.

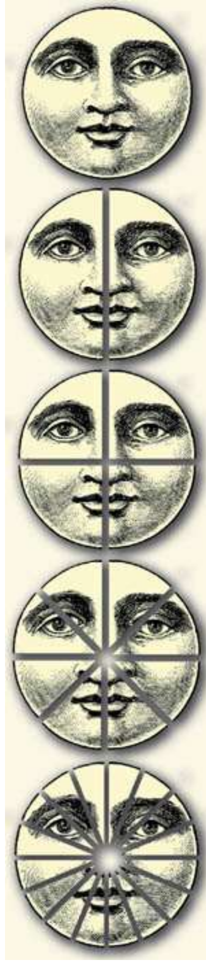
Robert Fathauer est concepteur de puzzles, artiste, auteur. Il possède la compagnie Tessellations (« Mosaïques »), spécialisée dans des produits combinant les mathématiques et l'art. Il a rédigé des articles sur les mosaïques de Escher, le carrelage fractal, le nœud fractal. Parmi ses livres, on citera *Designing and Drawing Tessellations* et *Fractal Trees*. Il a aussi organisé des expositions artistiques d'art mathématique, tant aux USA qu'en Europe. Il est Bachelor of Science (licencié) en mathématiques et en physique, de l'université de Denver et docteur en ingénierie électrique de la Cornell University. Pendant plusieurs années, il fut chercheur et leader du groupe Jet Propulsion Laboratory.

John Haigh est conférencier émérite en mathématiques à l'université du Sussex. Sa recherche principale porte sur les applications des probabilités, notamment en biologie et en jeux. Tout en enseignant à l'université, il a donné des conférences grand public au sein de la Royal Statistical Society et la London Mathematical Society. Parmi ses ouvrages on notera *Taking Chances*, un compterendu des

probabilités destiné aux profanes. Dans *The Hidden Mathematics of Sport* (en collaboration avec Rob Eastaway), il montre les différentes façons dans lesquelles la pensée mathématique peut améliorer le plaisir de faire du sport et permettre de remporter des victoires.

David Perry est diplômé en mathématiques de l'université du Wisconsin à Madison et de l'université de l'Illinois à Urbana-Champaign. Il enseigna pendant deux années au Rippon College du Wisconsin avant de devenir concepteur de logiciels dans le secteur privé. Chaque été, depuis 1997, il enseigne au Johns Hopkins' Center for Talented Youth programme. Il y enseigne la théorie des nombres, la cryptologie et la cryptologie supérieure. Il rédigea de nombreux exercices pour le manuel *Number Theory : A Lively Introduction with Proofs, Applications, and Stories* de James Pommersheim, Tim Marks et Erica Flapan. De plus, il travaille actuellement sur son premier roman, une fantasy historique qui vise à révéler la véritable histoire de David et Goliath.

Jamie Pommersheim est professeur de mathématiques, le « Katharine Piggott *» du Reed College, Portland, Oregon. Il a publié des articles de recherche sur divers sujets : géométrie algébrique, théorie des nombres, topologie et informatique quantique. Il apprécie d'enseigner la théorie des nombres aux étudiants de tous niveaux : collège, lycée, troisième cycle. Il est le co-auteur de *Number Theory : A Lively Introduction with Proofs, Applications and Stories* (2010).



* Katharine Piggott (1890–1963). (N.D.T.)

INDEX

A

B

C

D

E

F

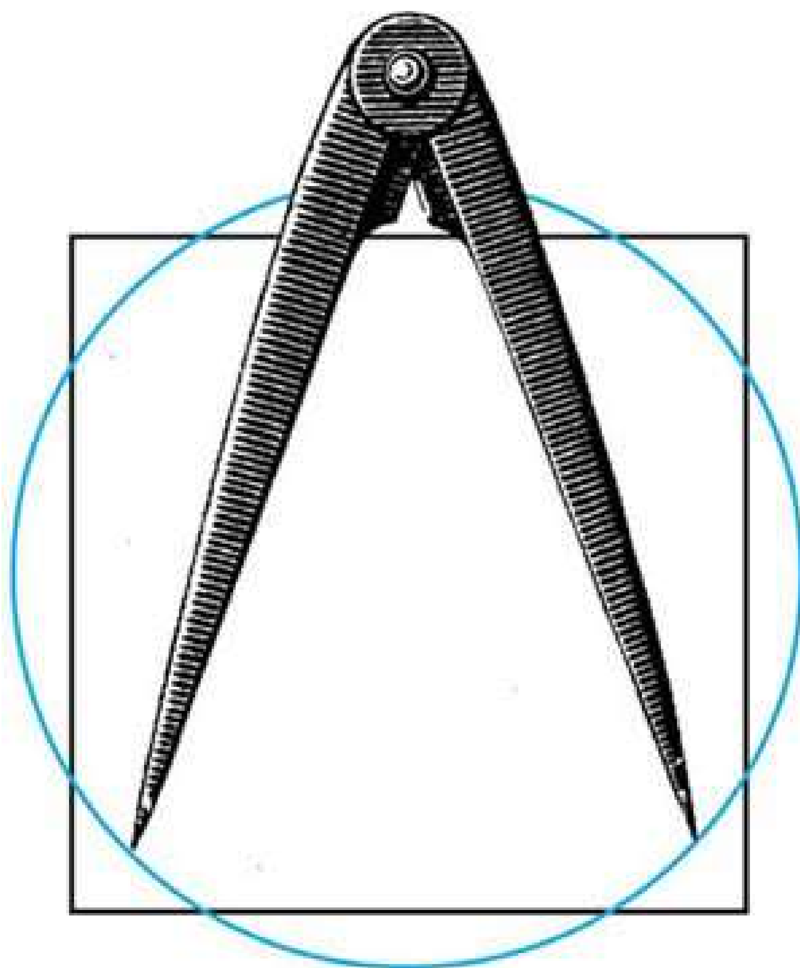
G

REMERCIEMENTS

CRÉDIT ILLUSTRATIONS
L’éditeur souhaite remercier les personnes et organisations suivantes pour leur aimable permission de reproduire leurs images dans ce livre. S’il s’avérait que quiconque ait été omis, nous vous prions d’accepter nos excuses.

1 : Rubik’s Cube ® avec la permission de Seven Towns Ltd. www.rubiks.com

1 : Permission gracieuse de reproduire les dessins de nœuds de Dale Rolfsen, Rob Scharein et Dror Bar-Natan.



Suivez-nous

